

MATHEMATIQUES SERIE A1

EXERCICE 1

On considère le polynôme P défini par $P(x) = -x^3 - 2x^2 + x + 2$

- 1/ Calculer $P(1)$
- 2/ Détermine les nombres réels a , b et c tels que $P(x) = (x-1)(ax^2+bx+c)$
- 3/ Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x) = 0$
- 4/ Déduis de la question 3/ les solutions dans $\mathbb{R}$ de chacune des équations et inéquations suivantes :
 - a/ $-(\ln x)^3 - 2(\ln x)^2 + \ln x + 2 = 0$
 - b/ $-(\ln x)^3 - 2(\ln x)^2 + \ln x + 2 > 0$

EXERCICE 2

Un professeur de mathématiques doit former une équipe de 4 élèves composée d'un capitaine, d'un 1^{er} adjoint, d'un 2^{ème} adjoint et d'un 3^{ème} adjoint; pour représenter le lycée au concours « Mathématiques 2020 ».

Pour ce faire, il choisit successivement 4 élèves parmi 12 élèves présélectionnés.

Dans cette épreuve aléatoire, on signale que l'équipe formée par 4 élèves dans un ordre donné est différente de celle formée par ces mêmes élèves dans un autre ordre.

- 1/ a/ Combien d'équipes peut-on former avec 12 présélectionnés
b/ Combien de groupes de 4 élèves peut-on former avec les 12 présélectionnés.
c/ Combien d'équipes l'on peut former avec les 12 présélectionnés
- 2/ Parmi les 12 élèves il y a 4 filles et 8 garçons

Calculer la probabilité des événements suivants :

A : « former une équipe comprenant au moins une fille »

B : « former une équipe comprenant autant de filles que de garçons »

C : « Former une équipe comprenant 2 garçons occupant respectivement les postes de capitaine et 1^{er} adjoint et de 2 filles occupant respectivement les postes de 2^{ème} et 3^{ème} adjoint.

3/ On définit X la variable qui a une équipe formée associe le nombre de filles.

- a- Donner les valeurs possibles que peut prendre X
- b- Déterminer la loi de probabilité de X
- c- Calculer l'espérance mathématique et interpréter le résultat.

PROBLEME

Le plan est muni d'un repère orthogonal (O, I, J) d'unité 2 cm en ordonnée et 1 cm en abscisse. On considère la fonction f définie par $f(x) = 4 - x + 3 \ln x$, on note (C) sa courbe représentative.

- 1/ Détermine le domaine de définition de f
- 2/ a/ Calcule la limite de f à droite de 0. Interprète graphiquement le résultat
b/ Calcule la limite de f en $+\infty$
- 3/ Montre que la fonction dérivée de f est $f'(x) = -1 + \frac{3}{x}$
- 4/ a/ Etudie les variations de f .
b/ Dresse le tableau de variation de f .
- 5/ Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur $[0,25 ; 0,5]$
- 6/ Donne une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse $x_0 = 1$.
- 7/ Trace (C) et (T).
- 8/ On considère la fonction $F(x) = -\frac{1}{2}x^2 + x + 3x \ln x + 2$
a/ Montre que F est une primitive de f
b/ Calcule l'aire de la partie du plan limitée par la courbe (C) de la fonction f , l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x = 1$ et $x = 2$.