

BACCALAUREAT BLANC
SESSION FEVRIER 2020

www.leSavoir.net

Coefficient : 4
Durée : 4h

MATHEMATIQUES

SERIE D

Cette épreuve comporte trois (03) pages numérotés 1/3, 2/3 et 3/3.

Chaque candidat recevra deux (02) feuilles de papier millimétré.

Tout modèle de calculatrice scientifique est autorisé.

Les tables trigonométriques, logarithmes et les règles à calculs sont aussi autorisées.

EXERCICE 1

Une association organise une loterie pour laquelle une participation m exprimée en francs est demandée. Un joueur doit tirer au hasard deux boules dans une urne contenant 2 boules vertes et 3 boules jaunes.

Si le joueur obtient deux boules de couleurs différentes, il a perdu.

Si le joueur obtient deux boules jaunes, il est remboursé de sa participation m .

Si le joueur obtient 2 boules vertes, il peut continuer le jeu qui consiste à faire tourner une roue où sont inscrits des gains répartis comme suit :

- Sur $\frac{1}{8}$ de la roue le gain est de 100 francs ;
- Sur $\frac{1}{4}$ de la roue le gain est de 20 francs ;
- Sur le reste le joueur est remboursé de sa participation m .

On appelle V l'évènement « le joueur a obtenu 2 boules vertes ».

On appelle J l'évènement « le joueur a obtenu 2 boules jaunes ».

On appelle R l'évènement « le joueur est remboursé de sa participation et ne gagne rien ».

PARTIE A

1. a) Calculer les probabilités $\rho(V)$ et $\rho_V(J)$ des évènements respectifs V et J .
 b) On note $\rho_V(R)$ la probabilité pour le joueur d'être remboursé sachant qu'il a obtenu deux boules vertes. Déterminer $\rho_V(R)$ puis $\rho(R \cap V)$.
 c) Calculer $\rho(R)$.
 d) Calculer la probabilité de gagner les 100 francs, puis la probabilité de gagner les 20 francs de la roue.
2. On appelle X la variable aléatoire donnant le gain algébrique du joueur c'est-à-dire la différence entre les sommes éventuellement perçues et la participation initiale m .
 a) Donner les valeurs prises par la variable aléatoire x .
 b) Donner la loi de probabilité de la variable aléatoire x .

c) Démontrer que l'espérance mathématique de la variable aléatoire x est $E(x) = \frac{140-51m}{80}$.

d) L'organisateur veut fixer la participation m à une valeur entière en francs.

Quelle valeur minimale faut-il donner à m pour que l'organisateur puisse espérer ne pas perdre d'argent ?

PARTIE B

1. Un joueur se présente et décide de jouer 5 fois, quel que soit les résultats obtenus.

On appelle Y la variable aléatoire égale au nombre de fois où le joueur gagne.

a) Justifier que y une loi binomiale dont on précisera les paramètres.

b) Donner les valeurs possibles de y .

c) Dresser la loi de probabilité de y sous forme de tableau.

d) Donner l'espérance de y et interpréter le résultat.

2. On voudrait qu'un joueur ait plus d'une chance sur deux d'être remboursé de sa mise ou de gagner quand il joue une seule fois. On note G cet événement. Pour cela on garde deux boules vertes dans l'urne mais on modifie le nombre de boules jaunes. On appelle n le nombre de boules jaunes, on suppose $n \geq 1$.

Calculer la valeur minimale de n pour que la condition précédente soit vérifiée.

EXERCICE 2

1. On considère le polynôme P de la variable complexe z , défini par :

$$P(z) = z^3 + (1 - i\sqrt{2})z^2 + (74 - i\sqrt{2})z - 74i\sqrt{2}$$

a. Détermine le nombre réel y tel que iy soit solution de l'équation $P(z) = 0$

b. Trouver deux nombres réels a et b tels que, pour tout nombre complexe z , on ait

$$P(z) = (z - i\sqrt{2})(z^2 + az + b)$$

c. Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes, l'équation $P(z) = 0$.

2. Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal direct $(0, \vec{u}, \vec{v})$.

On prend 1cm pour unité graphique.

a. Placer les points A , B et I d'affixes respectives $Z_A = -7 + 5i$; $Z_B = -7 - 5i$ et $Z_I = i\sqrt{2}$

b) Placer le point C d'affixe $Z_C = 1 + i$

Déterminer l'affixe du point N tel que $ABCN$ soit un parallélogramme.

c) Placer un point D d'affixes $Z_D = 1 + 11i$.

Calculer $Z = \frac{Z_A - Z_C}{Z_A - Z_B}$ sous forme algébrique puis sous forme trigonométrique. Justifier que les

droites (AC) et (BD) sont perpendiculaires et en déduire la nature du quadrilatère $ABCD$.

PROBLEME

L'objet de ce problème est d'étudier une fonction à l'aide d'une fonction auxiliaire et d'en déterminer une primitive.

PARTIE A

Soit f fonction définie sur l'intervalle $] -1 ; +\infty[$ par : $f(x) = \frac{x}{x+1} - 2 \ln(x+1)$.

1. Calculer $f'(x)$, étudier son signe et en déduire le tableau de variation de la fonction f .
2. Calculer $f(0)$. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet exactement deux solutions dont l'une que l'on désigne par α appartenant à $[-0,72 ; -0,71]$.
3. Donner le signe de $f(x)$, pour x appartenant à $] -1 ; +\infty[$

PARTIE B

Soit g la fonction définie sur l'ensemble $D =] -1 ; 0[\cup] 0 ; +\infty[$ par : $g(x) = \frac{\ln(x+1)}{x^2}$

1. Etude de g aux bornes de son ensemble de définition.

- a) Calculer les limites de $g(x)$ quand x tend vers 0 par valeurs inférieures et quand x tend vers 0 par valeurs supérieures.
- b) Calculer les limites de $g(x)$ quand x tend vers -1 par valeurs inférieures et quand x tend vers 0 par valeurs supérieures.

2. Sens de variation de g .

- a) Calculer $g'(x)$ et déduire, à l'aide de la partie A, son signe.
- b) Montrer que $g(\alpha) = \frac{1}{2\alpha(\alpha+1)}$ et en déduire une valeur approchée de $g(\alpha)$ en prenant $\alpha = -0,715$.

3. Tableau de variation et représentation graphique de g .

- a) Dresser le tableau de variation de la fonction g
- b) Représenter graphiquement la fonction g dans le plan rapporté à un repère orthonormal (Unité graphique 2cm).

4. Calcul d'une primitive de g .

Soit h la fonction définie sur D par $h(x) = \frac{\ln(x+1)}{x^2} - \frac{1}{x(x+1)}$

- a) Déterminer les fonctions u et v telles que l'on puisse écrire $h(x) = u'(x).v(x) + u(x).v'(x)$ et en déduire une primitive de h .
- b) Après avoir vérifié que $\frac{1}{x(x+1)} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}$, détermine une primitive de $\frac{1}{x(x+1)}$.
- c) Déduire des questions précédentes, une primitive de g .