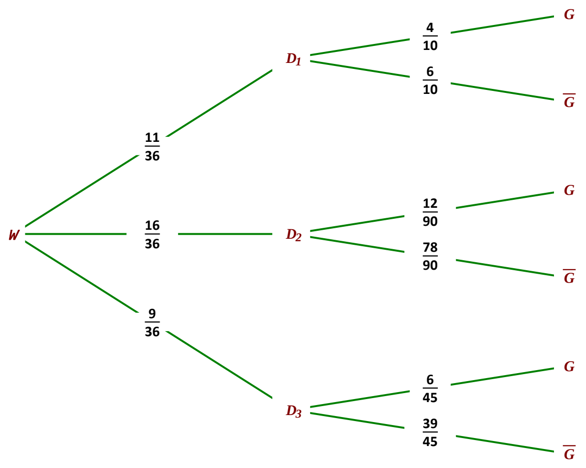
BAREME BAC BLANC 2020 MATHEMATIQUES D

Dren Abidjan 1 UP Bingerville

Exercice 1 **(4 ,*5 points*)**

N^0	Proposition de solution	points
1.	| Z | =10 Ecriture de : $\begin{cases} x^2 - y^2 = -8 \\ x^2 + y^2 = 10 \\ 2xy = 6 \end{cases}$ ……………………………………….	0,25
	Les racines carrées de Z sont $1 + 3i$ et $-1 - 3i$ ……………………	0,25
2.	$\Delta = Z = -8 + 6i$ ………………………………………………………..	0,25
	$z_1 = \frac{3+5i-(1+3i)}{2}$ et $z_2 = \frac{3+5i+(1+3i)}{2}$ …………………………………..	0,25
	$S_{\mathbb{C}} = \{1 + i\,; 2 + 4i\}$ ……………………………………………	0,25
3.a	Soit $z_0 = ib$ avec $b \in IR$; $f(z_0) = (3b^2 - 12b + 12) + i(-b^3 + 7b^2 - 12b + 4)$ $f(z_0) = 0 \Leftrightarrow 3b^2 - 12b + 12 = 0$ (1) et $-b^3 + 7b^2 - 12b + 4 = 0$ (2)	0,25
	$3b^2 - 12b + 12 = 0 \;\Leftrightarrow b = 2$ 2 vérifie l'équation (2) donc $z_0 = 2i$ ………………………………………	0,25
3.b	Par identification des coefficients ; $a = -3 - 5i$ et $b = -2 + 6i$	0,25× 2
3.c	$f(z) = 0 \Leftrightarrow z - 2i = 0$ ou $z^2 - (3 + 5i)z - 2 + 6i = 0$ $z = 2i$ et d'après 2. et $z = 1 + i$ ou $z = 2 + 4i$ ……………….	0,25
	Donc : $S_{\mathbb{C}} = \{2i;\ 1 + i\,; 2 + 4i\}$ ……………………………..	0,25
4.a	Points placés correctement dans un repère orthogonal ………………….	0,25× 3
4.b	$\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A} = \frac{1+i-2i}{2+4i-2i} = \frac{1-i}{2(1+i)} = \frac{-i}{2}$ …………………………………………….	0,25
	$\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A} \in i\,IR$ donc ABC est un triangle rectangle en A …………………..	0,25
5.	ABC est un triangle rectangle en A. alors $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AC}$. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow z_B - z_A = z_C - z_D$ …………………….......	0,25
	$z_D = 1 + 5i$ …………………………………………………………..	0,25

<u>Exercice 2</u> ***(4,5 points)***

N^0	Proposition de solution	points
1.	$P(D_1) = \frac{1}{6}\left(\frac{1}{6}+\frac{2}{6}+\frac{3}{6}\right)+\frac{2}{6}\times\frac{1}{6}+\frac{3}{6}\times\frac{1}{6}$	0,5
	$P(D_2) = \frac{2}{6}\left(\frac{1}{6}+\frac{3}{6}\right)+\frac{2}{6}\times\frac{3}{6}$	0,5
	$P(D_3) = \frac{3}{6}\times\frac{3}{6}$	0,25
2.		0,5
3.	$P(D_1 \cap G) = \frac{11}{36}\times\frac{4}{10}$	0,25
	$P(D_2 \cap G) = \frac{16}{36}\times\frac{12}{90}$	0,25
	$P_{D_3}(G) = \frac{6}{45}$	0,25
4	$P(G) = \frac{11}{36}\times\frac{4}{10}+\frac{16}{36}\times\frac{12}{90}+\frac{6}{45}$	0,5
5	$P_G(D_1) = \frac{P(D_1 \cap G)}{P(G)}$	0,5
6	$X \rightsquigarrow \mathcal{B}(n;\ \frac{41}{216})$	0,25
7	$p_n = 1-(\frac{175}{216})^n$	0,25
	$n \geq \frac{\ln(0{,}01)}{\ln(\frac{175}{216})}$ soit $n = 22$	0,5

<u>PROBLEME</u> ***(11points)***

<u>Partie A</u> : $g(x) = -x^2 + 4x + 2\ln(2-x) - 6$.

N^0	Proposition de solution	points
1.	$\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ <}} g(x) = -\infty$ car $\begin{cases} \lim\limits_{\substack{x\to 2\\ <}}(-x^2+4x-6) = -2 \\ \lim\limits_{\substack{x\to 2\\ <}} 2\ln(2-x) = -\infty \end{cases}$	0,5
	$\lim\limits_{x\to-\infty} g(x) = -\infty$ car $\begin{cases} \lim\limits_{x\to-\infty} x = -\infty \\ \lim\limits_{x\to-\infty} \left(-x + 4\frac{1}{x} + 2\frac{\ln(2-x)}{2-x} \times \frac{2-x}{x}\right) = -\infty \end{cases}$	0,5
2.	a). Calcul correct	0,75
	b.) $\forall x \in]-\infty;1[$, g' $(x) > 0$. Donc g est strictement croissante sur $]-\infty;1[$ $\forall x \in]1;2[$, g' $(x) < 0$. donc g est strictement décroissante sur $]1;2[$	1
	c) $\begin{array}{c\|ccccc\|} x & -\infty & & 1 & & 2 \\ \hline g'(x) & & - & 0 & + & \\ \hline & & & -3 & & \\ g(x) & & \nearrow & & \searrow & \\ & -\infty & & & & -\infty \end{array}$	0,75
3.	Sur $]-\infty;2[$ g a pour maximum -3. Donc g$(x) < 0$ $\forall x \in]-\infty;2[$	0,5

PARTIE B : $f(x) = -x + 3 + \frac{2\ln(2-x)}{2-x}$

<table>
<tr><th>N⁰</th><th>Proposition de solution</th><th>points</th></tr>
<tr><td rowspan="3">1.</td><td>$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$ car $\begin{cases} \lim\limits_{x\to-\infty}(-x+3) = +\infty \\ \lim\limits_{x\to-\infty} \frac{2\ln(2-x)}{2-x} = \lim\limits_{X\to+\infty} 2\frac{\ln X}{X} = 0 \end{cases}$</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td>$\lim\limits_{\substack{x\to2 \\ <}} f(x) = -\infty$ car $\begin{cases} \lim\limits_{x\to-\infty}(-x+3) = 1 \\ \lim\limits_{\substack{x\to2 \\ <}} \frac{2\ln(2-x)}{2-x} = \lim\limits_{\substack{x\to2 \\ <}} \frac{1}{2-x} \times 2\ln(2-x) = -\infty \end{cases}$</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td>$x = 2$ est une asymptote verticale à (C_f)</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td rowspan="2">2.</td><td>$\lim\limits_{x\to-\infty} [f(x) - (-x+3)] = \lim\limits_{x\to-\infty} \frac{2\ln(2-x)}{2-x} = 0$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Donc $(D): y = -x + 3$ est une asymptote oblique à (C_f) en $-\infty$.</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>3.</td><td>
<table>
<tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>1</td><td>2</td></tr>
<tr><td>$\ln(2-x)$</td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td></tr>
<tr><td>$f(x) - (-x+3)$</td><td>(C_f) est au-dessus de (D)</td><td colspan="2">(C_f) est au-dessous de (D)</td></tr>
</table>
$(C_f) \cap$ (D)=A avec A(1 ; 2)</td><td>0,75</td></tr>
<tr><td rowspan="2">4.</td><td>a) Calcul correct</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td>b) $\forall\, x \in\ ]-\infty; 2[, f'(x) < 0$
<table>
<tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>2</td></tr>
<tr><td>$f'(x)$</td><td colspan="2">$-$</td></tr>
<tr><td>$f(x)$</td><td>$+\infty$</td><td>$-\infty$</td></tr>
</table></td><td>0 ,5</td></tr>
<tr><td rowspan="3">5.</td><td>a) f est continue et strictement décroissante sur $]-\infty; 2[$. Donc f est une bijection de $]-\infty; 2[$ sur $K = f(]-\infty; 2[) =$ IR</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td>b) f est bijective sur $]-\infty; 2[$ et $f(1{,}3) \times f(1{,}4) < 0$. Donc $f(x) = 0$ admet une unique solution α telle que : $1{,}3 < \alpha < 1{,}4$</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td>c) Construction correcte de (C_f) et de $(C_{h^{-1}})$ et de (T)</td><td>0,75+0,5
+0,25</td></tr>
</table>

PARTIE C

N⁰	Proposition de réponse	points
1.	$H(x) = -\frac{1}{2}(\ln(2-x))^2$	0,5
2.	$F(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 3x - (\ln(2-x))^2$	0,5