EXAMEN BLANC REGIONAL DU BACCALAUREAT **SESSION FEVRIER 2020**

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

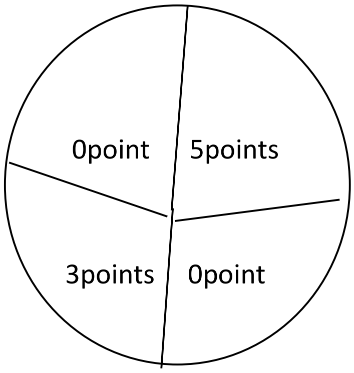
SERIE D

Durée : 4 heures
Coefficient : 4

Cette épreuve comporte trois (03) pages numérotées 1/3, 1/2 et 3/3.
Chaque élève devra fournir une (01) feuille de papier millimétré.
Toute calculatrice scientifique est autorisée.

EXERCICE 1

Un jeu consiste à lancer des fléchettes sur une cible. La cible est partagée en quatre secteurs, comme l'indique la figure ci-dessous.
On suppose que les lancers sont indépendants et que le joueur touche la cible à tous les coups.



1) Le joueur lance une fléchette. On note P_0 la probabilité d'obtenir 0 point, P_3 celle d'obtenir 3 points et P_5 celle d'obtenir 5 points. Sachant que $P_5 = \frac{1}{2} P_3$ et que $P_5 = \frac{1}{3} P_0$, déterminer P_0, P_3 et P_5.

2) Une partie de ce jeu consiste à lancer trois fléchettes au maximum
Le joueur gagne une partie s'il obtient un total (pour les 3 lancers) supérieur ou égal à 8 points. Si au bout de 2 lancers, le joueur a un total supérieur ou égal à 8, il ne lance pas la troisième fléchette.
On note G_2 l'évènement : « le joueur gagne la partie en deux lancers
On note G_3 l'évènement : « le joueur gagne la partie en trois lancers ».
On note P l'évènement : « le joueur perd la partie ».

a) Démontrer que $p(G_2) = \frac{5}{36}$ et que $p(G_3) = \frac{7}{54}$
b) En déduire p(P).

3) Un joueur joue 6 parties avec les règles données à la question2.
Quelle est la probabilité qu'il gagne au moins une partie ?

4) a) Le joueur joue n parties (n est un nombre entier naturel non nul). Déterminer la probabilité P_n qu'il gagne au moins une partie.
b) Déterminer la valeur minimale n_0 telle que P_n soit strictement supérieure à 0,99.

5) Pour une partie, la mise est fixée à 200 F. Si le joueur gagne en deux lancers, il reçoit 500 F.
S'il gagne en trois lancers, il reçoit 300 F ; s'il perd, il ne reçoit rien.
On note X la variable aléatoire correspondant au gain algébrique du joueur pour une partie.

a) Donner la loi de probabilité de X.
b) Déterminer E(X). Le jeu est-il favorable au joueur ?

EXAMEN BLANC REGIONAL DU BACCALAUREAT **SESSION FEVRIER 2020**

EXERCICE 2

Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé (O ; I ; J) d'unité 2cm.

On donne : $P(z) = z^3 - 2(\sqrt{3} + i)z^2 + 4(1 + i\sqrt{3})z - 8i$

1) Vérifier que 2i est une racine de P(z).

2) a) Déterminer les nombres complexes a, b et c tels que : $P(z) = (z - 2i)(az^2 + bz + c)$

b) En déduire une factorisation de P(z).

3) Soit les points A, B, C et D d'affixes respectives : $a = \sqrt{3} - i$; $b = \sqrt{3} + i$; $c = 2i$ et $d = \frac{\sqrt{2} + i\sqrt{2}}{2}$

a) Déterminer l'affixe du point E tel que le quadrilatère ABCE soit un parallélogramme.

b) Déterminer la forme algébrique et la forme trigonométrique de $\frac{d}{b}$.

c) En déduire les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$.

PROBLEME

Partie A

Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}^*$ par : $g(x) = x^2 - 2 + 2\ln|x|$.

1) . a) Calculer les limites de g aux bornes de D_g.

b) Déterminer $g'(x)$ et donner le signe de $g'(x)$ suivant les valeurs de x.

c) Dresser le tableau de variation de g.

2) a) Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet sur $\mathbb{R}^*$ exactement deux solutions notées α et β telles que $\alpha < \beta$.

b) Donner un encadrement d'ordre 1 de α et démontrer que : $1{,}2 < \beta < 1{,}3$.

c) Justifier que : $\begin{cases} \forall\, x \in\,]-\infty;\ \alpha[\cup]\beta;\ +\infty[,\ g(x) > 0 \\ \forall\, x \in\,]\alpha;\ 0[\cup]0;\ \beta[,\ \quad g(x) < 0 \end{cases}$

Partie B

Soit la fonction f définie de IR vers IR par : $f(x) = \frac{2\ln|x|}{x} - x$. Le plan est muni d'un repère orthonormé (O ; I ; J) d'unité 2cm et soit (C) la courbe représentative de la fonction f dans le plan.

1. a) Déterminer l'ensemble de définition de f.

b) Calculer : $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ <}} f(x)$, $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x)$, $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$.

c) Interpréter graphiquement ces limites obtenues.

2. a) Justifier $f'(x) = -\frac{g(x)}{x^2}$ et en déduire à l'aide de la question A-2.c) le signe de $f'(x)$.

b) Démontrer que : f(α) = $\frac{2\,(1-\alpha^2)}{\alpha}$ et en déduire f(β).

c) Dresser le tableau de variation de f et en déduire le signe de f(x) suivant les valeurs de x.

3. a) Démontrer que la droite (Δ) d'équation y = -x est une asymptote à (C).

b) Prouver que (Δ) coupe (C) en deux points E et F dont on donnera les coordonnées.

4. Construire avec précision (C).

5. Soit h la restriction de f à l'intervalle]-∞ ; α[.

a) Démontrer que h admet une bijection réciproque h^{-1} dont on déterminera les ensembles de départ A et d'arrivée B.

b) Dresser le tableau de variation de h^{-1}.

c) h^{-1} est-elle dérivable en $\frac{2\,(1-\alpha^2)}{\alpha}$? Calculer h(-1), puis $(h^{-1})'(1)$.

d) Tracer dans le même repère la courbe de h^{-1}.

Partie C

Soit k la restriction de f à l'intervalle]0 ; +∞[.

1. a) Démontrer que k(x) = 2 $\frac{\ln x}{x}$ - x.

b) En déduire F la primitive de k sur]0 ; +∞[qui s'annule en 1.

2. a) Calculer F'(x) et en déduire le sens de variation de F sur]0 ; +∞[.

b) Calculer $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} F(x)$; $\lim\limits_{x \to +\infty} F(x)$ et dresser le tableau de variation de F.