BACCALAURÉAT **Coefficient : 3**
SESSION 2013 **Durée : 3 h**

MATHÉMATIQUES

SÉRIE A1

Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1/2 et 2/2.
Chaque candidat recevra deux (02) feuilles de papier millimétré.
Toute calculatrice scientifique est autorisée.

EXERCICE 1 (*4 points*)

« Mangoua et Fils » est une PME (Petite et Moyenne Entreprise) spécialisée dans la distribution des journaux à domicile. Les dirigeants de cette PME estiment que le nombre d'abonnés est modélisé par la suite (a_n) définie par :

$$\begin{cases} a_0 = 10\,000 \\ a_{n+1} = 0{,}8\, a_n + 5\,000 \textit{ pour tout nombre entier naturel } n \end{cases}$$

où a_0 désigne le nombre d'abonnés à la création de la PME et a_n le nombre total d'abonnés au terme de n années d'exercice.

1- Calculer le nombre d'abonnés de la PME au terme de la première année d'exercice.

2- Soit (b_n) la suite définie par : $b_n = 25\,000 - a_n$, pour tout entier naturel n.
a) Calculer b_0 et b_1.
b) Démontrer que (b_n) est une suite géométrique de raison 0,8 et de premier terme 15 000.
c) Exprimer b_n en fonction de n.
d) En déduire que : $a_n = 25\,000 - 15\,000 \times (0{,}8)^n$.

3- Déterminer le nombre d'années nécessaires pour que le nombre d'abonnés dépasse 22 000.

EXERCICE 2 (*4 points*)

La Mutuelle des Cadres de Konankpinkro (MUCAKO) a été créée le 1er janvier 2005. Le premier janvier de chaque nouvelle année, le secrétaire général calcule le taux global d'adhésion à la mutuelle. Le tableau ci-dessous donne les taux respectifs obtenus sur la période 2006–2011 :

	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Age X de la MUCAKO (*en années*)	1	2	3	4	5	6
Taux global d'adhésion Y (*en pourcentage*)	75	77	77,3	78,2	79,3	80

1- Représenter le nuage de points associé à la série statistique double (X ; Y) dans le plan muni d'un repère orthonormé. L'unité graphique est telle que :
- 2 cm représente une année sur l'axe des abscisses ;
- 2 cm représente un taux de 1% sur l'axe des ordonnées.

On pourra prendre le point de couple de coordonnées (0 ;74) comme origine.

2- Calculer les coordonnées du point moyen G.

3- *a*) Justifier que Cov (X ; Y) = 2,7 ; V(X) = 2,9 et V(Y) = 2,7 (***arrondis d'ordre 1***) où Cov (X ; Y) est la covariance de (X ; Y) et V(X) et V(Y) les variances respectives des séries statistiques simples X et Y.
b) Calculer l'arrondi d'ordre 2 du coefficient de corrélation linéaire entre X et Y.
c) Justifier qu'il existe une forte corrélation linéaire entre l'âge de la mutuelle et le taux global d'adhésion.

4- *a*) Justifier qu'une équation de la droite (D) de régression de Y en X est :
(D) : $y = 0{,}9x + 74{,}7$. ***Les résultats seront arrondis à l'ordre 1.***
b) Tracer (D) sur la figure de la question **1-**).

5- Quel devrait être le taux d'adhésion à la MUCAKO en 2015 selon l'ajustement réalisé ?

EXERCICE 3 (*12 points*)

On considère la fonction f dérivable et définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x + e^x$.
On note (C) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthogonal (O, I, J).
Les unités graphiques sont : 2 cm sur (OI) et 1 cm sur (OJ).

PARTIE *A*

1- *a*) Déterminer la limite de $f(x)$ lorsque x tend vers $-\infty$.
b) Déterminer la limite de $f(x)$ lorsque x tend vers $+\infty$.

2- *a*) Justifier que pour tout nombre réel x : $f'(x) = 1 + e^x$.
b) Etudier les variations de f puis dresser son tableau de variation.

3- *a*) Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α dans $\mathbb{R}$.
b) Justifier que : $-0{,}6 < \alpha < -0{,}5$.

4- *a*) Justifier que la droite (D) d'équation $y = x$ est une asymptote à (C) en $-\infty$.
b) Etudier les positions relatives de (D) et (C).

5- Justifier qu'une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 0 est : $y = 2x + 1$.

6- *a*) Recopier puis compléter le tableau de valeurs ci-dessous :

x	-2,5	-2	-1	0	1	2
Arrondi d'ordre 1 de $f(x)$						

b) Tracer (D), (T) et (C) sur $]-\infty\,;2]$. ***On prendra $\alpha = -0{,}6$.***

PARTIE *B*

1- Justifier que $e^\alpha = -\alpha$.

2- On pose $I = \int_{-1}^{\alpha} e^x dx$.

a) Justifier que $I = -\left(\alpha + \frac{1}{e}\right)$.
b) Hachurer la région du plan délimitée par (C), (D) et les droites d'équations respectives :
$x = -1$ et $x = \alpha$.
c) Calculer en cm^2 l'aire $\mathcal{A}$ de la région hachurée. ***On donnera l'arrondi d'ordre 1 de $\mathcal{A}$.***