Rendez-vous sur www.leSavoir.net pour télécharger d'autres sujets

BACCALAURÉAT
SESSION 2019

Coefficient : 5
Durée : 4h

MATHÉMATIQUES

SÉRIE C

Cette épreuve comporte trois (03) pages numérotées 1/3, 2/3 et 3/3.
Chaque candidat recevra deux (02) feuilles de papier millimétré.
Tout modèle de calculatrice scientifique est autorisé.
Les tables trigonométriques, logarithmiques et les règles à calculs sont aussi autorisées.

EXERCICE 1

L'unité de longueur est le centimètre.
Dans le plan orienté, on considère un carré ABCD de centre K tel que AB = 3.
On note E le milieu du segment [BC] et G le barycentre des points pondérés (A, 4), (B, –1) et (D, –1).

1. *a*) Démontre que A est le milieu du segment [KG].

b) Justifie que : $GB^2 = \frac{45}{2}$.

c) Justifie que : GB = GD.

d) Détermine et construis l'ensemble (Γ_1) des points M du plan tels que :
$4MA^2 - MB^2 - MD^2 = 9$.

2. *a*) Justifie que : $AE = \frac{3\sqrt{5}}{2}$.

b) Démontre que pour tout point M du plan :
$3MA^2 - 2MB^2 - MD^2 = -27 + 4\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AE}$.

c) Détermine et construis l'ensemble (Γ_2) des points M du plan tels que :
$3MA^2 - 2MB^2 - MD^2 = 63$.

EXERCICE 2

On considère un entier naturel *m* dont l'écriture dans le système décimal est $\overline{abc}$.
(*On rappelle que : $m = 10^2a + 10b + c$*)

Partie A

1. Écris l'entier naturel *m* en base 2 dans le cas où : $a = 1$; $b = 2$ et $c = 1$.

2. On suppose que : $m \equiv 0\ [27]$.

i) Démontre que : $10^3a + 10\overline{bc} \equiv 0\ [27]$.

ii) Déduis-en que : $10\overline{bc} + a \equiv 0\ [27]$.

iii) Justifie alors que l'entier $\overline{bca}$ est divisible par 27.

Partie B

Dans cette partie on suppose que : $a > c$.
On pose : $p = \overline{cba}$; $u = a - c$ et $d = m - p$.

1. Justifie que : $d = 99u$.

2. Déduis de la question précédente que l'entier naturel d ne peut être le carré d'un entier naturel.

3. On suppose que : $b = a + c$.
   i) Justifie que : $m = 11(10a + c)$.
   ii) Déduis-en que m et d ne sont pas premiers entre eux.

4. On suppose que : $a = b + c$.
   i) Justifie que : $d = 3^2 \times 11b$.
   ii) Justifie que : $m = 110b + 101c$.
   iii) Démontre que les entiers naturels m qui sont premiers avec d sont ceux qui vérifient à la fois : $b \neq 0$, $c \neq 0$, $b+c$ n'est pas divisible par 3 ; b et c sont premiers entre eux.
   iv) Déduis des questions précédentes, tous les entiers naturels m premiers avec d.

PROBLÈME

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J). L'unité graphique est le centimètre.
Pour tout entier naturel n non nul, on considère les fonctions f_n et F_n continues sur $\mathbb{R}$ et définies par :

$$f_n(x) = \frac{x^{2n}}{\sqrt{1+x^2}} \quad \text{et} \quad F_n(x) = \int_0^x \frac{t^{2n}}{\sqrt{1+t^2}} dt.$$

On note $(\mathscr{C}_n)$ la courbe représentative de la fonction F_n dans le repère (O, I, J).
On se propose dans ce problème de donner, pour tout entier naturel n non nul, l'allure de la courbe $(\mathscr{C}_n)$.

Partie *A*

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \ln(x + \sqrt{1+x^2})$.
On désigne par $(\mathscr{C})$ la courbe représentative de la fonction f dans le plan muni du repère (O, I, J).

1. Démontre que f est une fonction impaire.

2. *a*) Calcule la limite de $f(x)$ puis celle de $\frac{f(x)}{x}$ quand x tend vers $+\infty$.
   b) Donne une interprétation graphique des résultats de la question précédente.

3. On admet que f est dérivable sur $\mathbb{R}$.
   a) Justifie que : $\forall x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$.
   b) Détermine le sens de variation de f sur $[0 ; +\infty[$.
   c) Dresse le tableau de variation de f sur $[0 ; +\infty[$.

4. Détermine une équation de la tangente (Δ) à $(\mathscr{C})$ au point d'abscisse 0.

5. On note g la fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ et définie par :
   $g(x) = -x + \ln(x + \sqrt{1+x^2})$.
   a) Détermine le sens de variation de g sur $\mathbb{R}$.
   b) Détermine les positions relatives de $(\mathscr{C})$ et (Δ). *(On pourra calculer g(0))*.

6. Construis la courbe $(\mathscr{C})$ et la droite (Δ) dans le plan muni du repère (O, I, J).

7. On note A l'aire en cm² de la partie du plan limitée par la courbe $(\mathscr{C})$, la droite (OI) et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 1$.
Calcule A à l'aide d'une intégration par parties.

Partie *B*

1. *a*) Justifie que F_n est définie sur $\mathbb{R}$.
   b) Démontre que F_n est une fonction impaire.
   c) Étudie le sens de variation de F_n sur $[0 ; +\infty[$.

2. Soit (I_n) la suite numérique définie par :
   $I_0 = \ln(1+\sqrt{2})$ et $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $I_n = \int_0^1 \frac{t^{2n}}{\sqrt{1+t^2}} dt$.
   a) Démontre que : $\forall\, n \in \mathbb{N}$, $I_n \geqslant 0$.
   b) Démontre que la suite (I_n) est décroissante.
   c) Démontre que la suite (I_n) est convergente.
   (*On ne demande pas de calculer la limite de* (I_n).
   d) Vérifie que pour tout entier naturel n non nul et pour tout nombre réel t positif, on a :
   $$t^{2n}\sqrt{1+t^2} = \frac{t^{2n}}{\sqrt{1+t^2}} + \frac{t^{2n+2}}{\sqrt{1+t^2}}$$
   e) A l'aide d'une intégration par parties, justifie que :
   $$\forall\, n \in \mathbb{N}^*, \quad I_{n+1} = \frac{\sqrt{2}}{2n+2} - \frac{2n+1}{2n+2} I_n.$$
   On remarquera que pour tout nombre réel t, $\frac{t^{2n+2}}{\sqrt{1+t^2}} = t^{2n+1} \times \frac{t}{\sqrt{1+t^2}}$.
   On admettra que : $I_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2} I_0$.
   f) Calcule I_1 et I_2.

3. *a*) Démontre que : $\forall\, x \in \mathbb{R}$, $F_n(x) = I_n + \int_1^x \frac{t^{2n}}{\sqrt{1+t^2}} dt$.
   b) Démontre que :
   $$\forall\, t \geq 1, \ \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{t} \leq \frac{1}{\sqrt{1+t^2}}.$$
   $$\forall n \in \mathbb{N}^* \text{ et } \forall\, x \geq 1, \ \frac{1}{2\sqrt{2}} \times \frac{1}{n}(x^{2n} - 1) \leq \int_1^x \frac{t^{2n}}{\sqrt{1+t^2}} dt.$$
   c) Déduis-en la limite de $F_n(x)$ lorsque x tend vers $+\infty$.
   d) Démontre que, pour tout entier naturel non nul n, $(\mathscr{C}_n)$ admet une branche parabolique de direction celle de la droite (OJ) en $+\infty$.
   e) Construis la courbe $(\mathscr{C}_2)$ dans le plan muni du repère (O, I, J).

MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE
DE L'ENSEIGNEMENT TECHNIQUE
ET DE LA FORMATION PROFESSIONNELLE

DIRECTION DES EXAMENS ET CONCOURS

SOUS-DIRECTION DES EXAMENS
ET CONCOURS SCOLAIRES

SERVICE BACCALAUREAT

REPUBLIQUE DE CÔTE D'IVOIRE
Union – Discipline – Travail

BACCALAUREAT – SESSION 2019

EPREUVE : MATHEMATIQUES **DATE :** 09/07/2019 **HEURE :** 12 H

CORRIGE ET BAREME **SERIE(S) :** C

CORRIGE	BAREME
Ce barème est national. Il ne peut être modifié.	
Certaines réponses ont été rédigées à titre indicatif. Cependant, toute autre démarche correcte sera acceptée.	
Le correcteur devra tenir compte de la démarche qui a conduit au résultat.	
A un résultat correct, non justifié ou incorrectement justifié on accordera la moitié des points, sauf si la question est notée sur 0,25. Dans ce cas, on attribuera la note zéro.	
Toute faute sera sanctionnée une seule fois.	
En conséquence, on appréciera les réponses en fonction des résultats obtenu précédemment par le candidat même si ces résultats intermédiaires sont faux	

EPREUVE : ..... DATE : ..... HEURE : ..... SERIE(S) : C

CORRIGE	BAREME
EXERCICE 1 (5 points)	
1°) (a) Démonstration	
Justification correcte ——→	0,5
(b) Justification	
(1) GBK triangle rectangle en K (2) $AB^2 = 2AK^2$ $GB^2 = \frac{45}{2}$ ——→	0,5
(c) Justification	
ABCD carré, (AC) médiatrice de [BD] ; GB = GD ——→	0,5
(d) Détermination - Construction	
$MG^2 = 18$ d'où $MG = 3\sqrt{2}$	
MG = GK	
(Γ_1) cercle de centre G de rayon $3\sqrt{2}$ ou (Γ_1) cercle de centre G passant par K	0,75
Construction . Carré ABCD . Points E, K et G ——→	0,5
(Γ_1) ——→ Voir annexe-Exercice 1	0,25

EPREUVE : ..... DATE : ..... HEURE : .....SERIE(S) : C

CORRIGE	BAREME
2°) (a) Justification	
$AE = \frac{3\sqrt{5}}{2}$ ——→	0,5
(b) Démonstration	
Démonstration correcte ——→	0,5
(c) Détermination – Construction	
(Γ_2) : Droite passant par le projeté orthogonal de M sur (AE) et perpendiculaire à (AE)	0,75
- Construction de (Γ_2) ——→	0,25
Voir annexe - exercice 1	

CORRIGE	BAREME
EXERCICE 2 (4 points)	
$m = \overline{abc}$	
Partie A	
1°) Ecriture	
$a=1$, $b=2$; $c=1$ $\quad m = 121$	0,25
$m = 1111001_{(2)}$	0,5
2°) $m \equiv 0\ [27]$	
i)	
$m \equiv 0\ [27] \iff 10^3 a + 10(10b+c) \equiv 0\ [27]$	0,25
$\iff 10^3 a + 10\overline{bc} \equiv 0\ [27]$	
ii) Deduction	
on a $\begin{cases} 10^3 a + 10\overline{bc} \equiv 0\ [27] \\ 10^3 a \equiv a\ [27] \end{cases}$	
donc $10\overline{bc} + a \equiv 0\ [27]$	0,25
iii) Justification	
$\overline{bca} = a + 10\overline{bc} \equiv 0\ [27]$	0,25

CORRIGE	BAREME
Partie B	
1°) **Justification**	
$d = \overline{abc} - \overline{cba} = 99(a-c)$	0,5
$= 99u$	
2°) **Déduction**	
$0 < u \leq 9$ et $d = 3^2 \times 11 \times u$; $u \in \mathbb{N}$	0,25
et l'exposant de 11 est impair, donc, d n'est pas un carré parfait	
3°) $b = a + c$	
i) **Justification** correcte	0,25
ii) **Déduction**	
$m = 11(10a + c)$ et $d = 99u$	0,5
$\begin{cases} 11 \mid m \\ 11 \mid d \end{cases}$ donc $pgcd(m;d) \neq 1$	
4°) $a = b + c$	
i) Justification correcte	0,25
ii) Justification correcte	0,25
iii)	
$d = 3^2 \times 11 \times b$ et $m = 110b + 101c$	
$pgcd(m;d) = 1 \Leftrightarrow 3$, 11 et b ne divise pas m.	

CORRIGE	BAREME
• 3 ne divise pas b+c • 11 ne divise pas m si c≠0 • b ne divise pas m si pgcd(b;c)=1	
conclusion • b≠0 ; c≠0 • b+c non divisible par 3 • pgcd(b;c)=1 • a = b+c	0,25
iv) - b+c=2=a donc m=211 - b+c=4=a donc m=431 ou m=413 • b+c=5 on a : m∈{514; 541; 523; 532} • b+c=7 on a m∈{716; 761; 725; 752; 734; 743} • b+c=8 on a : m∈{817; 871; 835; 853}	0,25

CORRIGE	BAREME

PROBLEME (11 points)

$f_n(x) = \dfrac{x^{2n}}{\sqrt{1+x^2}}$ et $F_n(x) = \displaystyle\int_0^x \dfrac{t^{2n}}{\sqrt{1+t^2}}\,dt$

Partie A

$x \in \mathbb{R}$, $f(x) = \ln\left(x + \sqrt{1+x^2}\right)$

1°) Démonstration correcte ——— 0,5

2°) (a) Calcul de limites

. $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ ——— 0,25

. $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x} = 0$ ——— 0,5

(b) Interprétation

($\mathcal{C}$) admet une branche parabolique de direction celle de l'axe (OI) en $+\infty$) 0,25

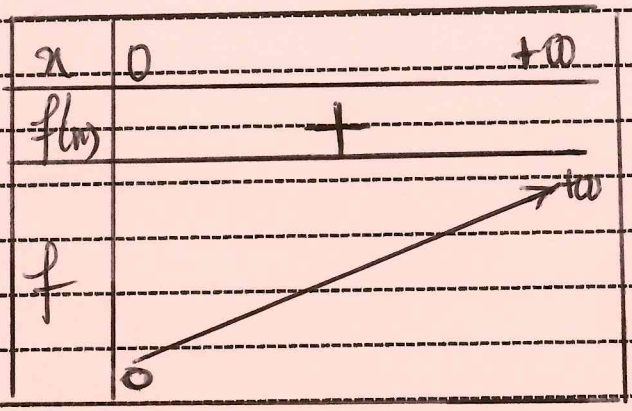
3°) (a) Justification correcte ——— 0,5

(b) Sens de variation

$\forall x \in [0; +\infty[$, $f'(x) > 0$

donc f est strictement croissante sur $[0; +\infty[$ } 0,25

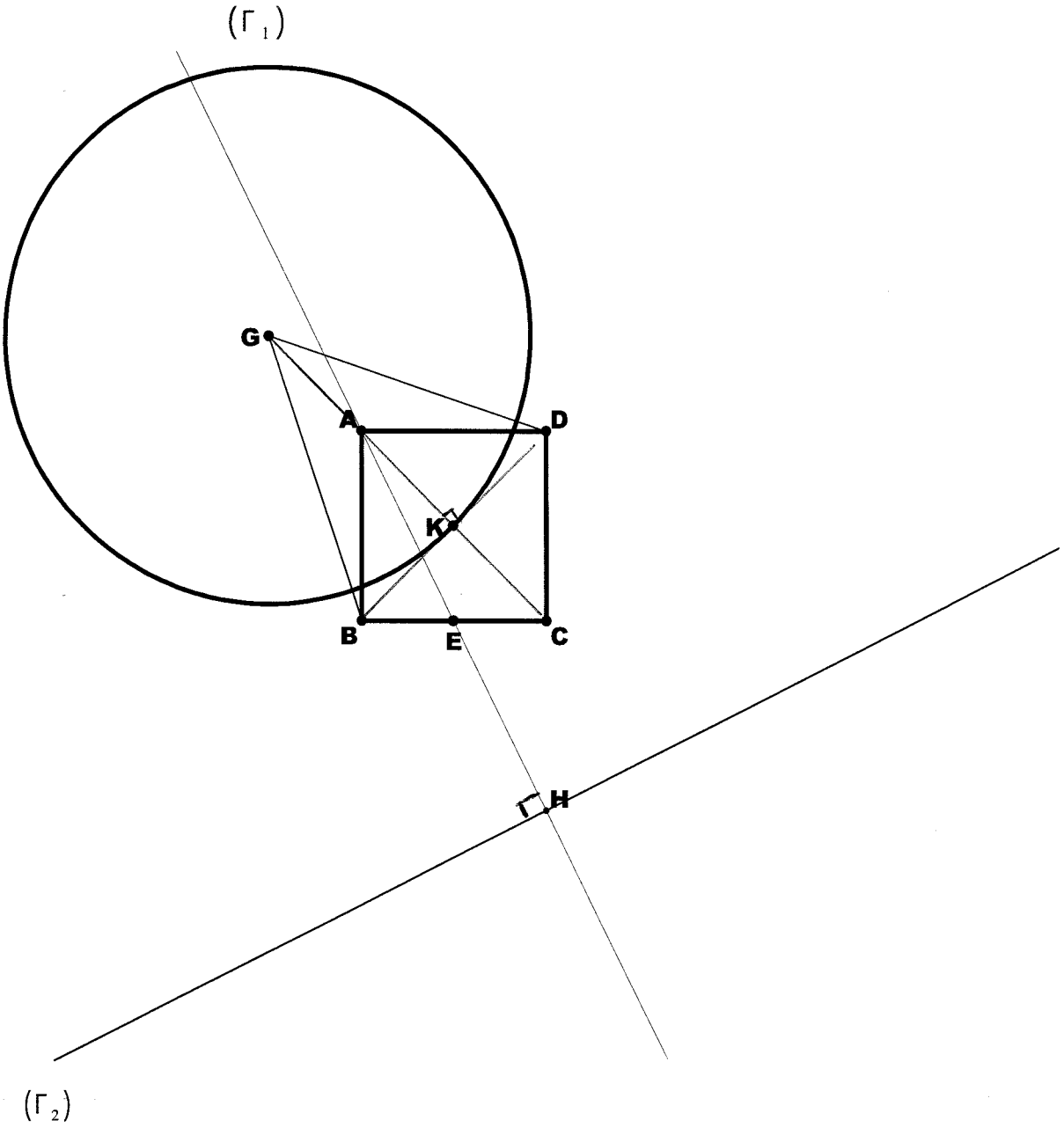
EPREUVE : ..... DATE : ..... HEURE : ..... SERIE(S) : C

CORRIGE	BAREME
© Tableau de variation	
	0,5
4°) Tangente (Δ)	
(Δ) : $y = x$	0,25
5°) $x \in \mathbb{R}$, $g(x) = -x + \ln(x + \sqrt{1+x^2})$	
(a) Variation	
• $\forall x \in \mathbb{R}$, $g'(x) = -1 + \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$	0,25
• $\forall x \in \mathbb{R}$, $g'(x) \leq 0$	0,25
• g est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$	0,25
(b) Position relative	
$\forall x \in \mathbb{R}$, $f(x) - x = g(x)$ et $g(0) = 0$	
• sur $]-\infty ; 0]$ (C) au-dessus de (Δ)	0,25
• sur $[0, +\infty[$ (C) au-dessous de (Δ)	0,25

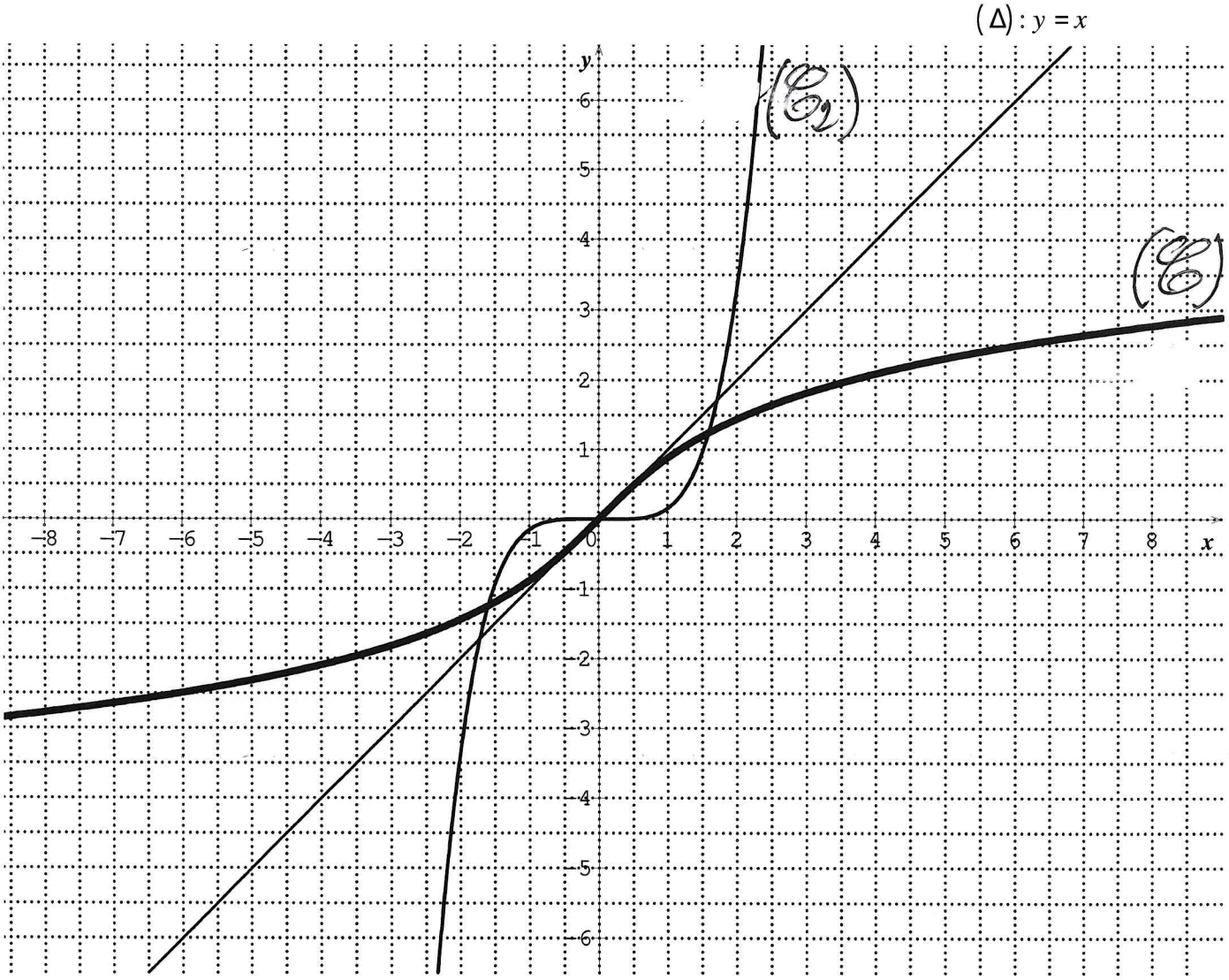
CORRIGE	BAREME
6°) Construction	
Voir annexe-Problème (C) ——— →	0,5
(Δ) ——— →	0,25
7°) calcul d'aire	
. $A = \int_0^1 f(x)\,dx$ u.a	0,25
. $A = \left(\left[x\ln(x+\sqrt{1+x^2})\right]_0^1 - \int_0^1 \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}\,dx\right)$ u.a	0,25
$\boxed{A = \left(\ln(1+\sqrt{2}) - \sqrt{2} + 1\right) cm^2}$	0,25
Partie B	
1°) (a) Justification	
f_n est continue sur $\mathbb{R}$ ———	0,25
(b) Démonstration correcte ———	0,5
(c) Variation de F_n	
. $\forall x \in [0;+\infty[,\ F_n'(x) = f_n(x)$ ———	0,25
. $\forall x \geq 0\ \ F_n'(x) \geqslant 0$	0,25
f_n est croissante sur $[0;+\infty[$	

CORRIGE	BAREME
2°)	
(a) Démonstration	
$I_n \geq 0$ et $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $\frac{t^{2n}}{\sqrt{1+t^2}} \geq 0$, $t \in [0\ 1]$	
	0,25
donc $I_n \geqslant 0$, $\forall n \in \mathbb{N}$.	
(b) Démonstration	
Justification correcte — — —	0,5
(c) Convergente	
$\begin{cases} (I_n) \text{ décroissante} \\ (I_n) \text{ minorée par } 0 \end{cases}$ donc (I_n) convergente	0,25
(d) Vérification correcte — — —	0,25
(e) Justification correcte — — —	0,5
(f) Calculs de termes	
$I_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2}\ln(1+\sqrt{2})$	0,25
$I_2 = -\frac{\sqrt{2}}{8} + \frac{3\ln(1+\sqrt{2})}{8}$	0,25

CORRIGE	BAREME
3°)	
(a) Démonstration correcte	0,25
(b) Démonstrations correctes de :	
• $\forall t \geq 1 \quad \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{t} \leq \frac{1}{\sqrt{1+t^2}}$	0,25
• $\forall n \in \mathbb{N}^*, \forall x \geq 1,$ $\frac{1}{2\sqrt{2}} \times \frac{1}{n}\left[x^{2n}-1\right] \leq \int_1^x \frac{t^{2n}}{\sqrt{1+t^2}}\,dt$	0,5
(c) Déduction	
$\lim_{x \to +\infty} F_n(x) = +\infty$	0,25
(d) Démonstration	
On demontre que $\lim_{x \to +\infty} \frac{F_n(x)}{x} = +\infty$ et $\lim_{x \to +\infty} F_n(x) = +\infty$	0,25
(e) Construction	
$(\mathscr{C}_2)$	0,25
(Voir annexe - Problème)	


(Γ_1)
G
A
D
K
B
E
C
H
(Γ_2)

ANNEXE – PROBLEME **SERIE C** **BACCALAUREAT 2019**



Le Président de la Commission

Inspection Générale
Youssouphou Keita
Inspecteur de l'Enseignement Secondaire
Tél: +225 57 42 80 10 / 41 03 66 80