BACCALAUREAT

Durée : 3 Heures

SESSION 2005

Coefficient : 3

MATHÉMATIQUES

SÉRIE : A1

Cette épreuve comporte 2 pages numérotées 1/2 et 2/2.

Le candidat recevra 1 feuille de papier millimétré.

Toute calculatrice est autorisée.

EXERCICE 1

Pendant la journée de l'arbre, un chercheur participant à cette journée plante une bouture d'acacia majob de hauteur h_0 (en cm). Il décide de suivre l'évolution de son plant en relevant chaque mois, sa hauteur en centimètres.

On désigne par h_1 la hauteur du plant au premier mois et, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, h_n la hauteur du plant au $n^{\text{ième}}$ mois.

Il constate que les hauteurs h_n du plant évoluent en progression géométrique de raison q , ($q \in \mathbb{R}^*_{+}$). Sur les relevés du chercheur, on note $h_2 = 27$ cm et $h_3 = 32,4$ cm.

- 1) Justifier que q est égale à 1,2.
- 2) Calculer h_0 .
- 3) Démontrer que : $\forall n \in \mathbb{N}, h_n = 18,75 \cdot (1,2)^n$.
- 4) Au bout de combien de mois le chercheur constatera-t-il que la hauteur de son plant a dépassé 3 mètres ?

EXERCICE 2

Les codes informatiques de l'entreprise OMEGA sont constitués de trois chiffres distincts suivis d'une lettre de l'alphabet français.

Deux exemples de codes sont 245A et 018Q.

- 1) a) Démontrer que le nombre de codes possibles est 18 720.
b) Déterminer le nombre de codes constitués uniquement de chiffres impairs et terminés par la lettre E.
- 2) Après avoir codé son système, le chef du service informatique a oublié une partie de son code. Il se souvient seulement que :
 - la lettre du code est une voyelle ;
 - le code contient un seul chiffre pair ;
 - aucun des chiffres du code n'est nul.
 - a) Démontrer que le nombre de codes conformes aux informations précédentes est 1 440.
 - b) L'informaticien frappe au hasard trois (3) chiffres non nuls et distincts dont un seul est pair et la lettre A.
Calculer la probabilité que l'informaticien trouve le bon code. (*Le résultat sera exprimé sous forme de fraction irréductible.*)

EXERCICE 3

A. On donne dans $\mathbb{R}$, le polynôme $P(x) = x^2 + 4x + 3$.

- 1) Résoudre l'équation : $P(x) = 0$.
- 2) Justifier que :
 - $\forall x \in]-\infty ; -3[\cup]-1 ; +\infty[\quad P(x) > 0 ;$
 - $\forall x \in]-3 ; -1[\quad P(x) < 0$.

B. On donne la fonction $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \mapsto \frac{2x^2 + 3x}{2x + 4}$$

(C) désigne la représentation graphique de f dans le repère orthonormé (O, I, J) ; (unité : 1 cm).

- 1) Donner l'ensemble de définition D_f de la fonction f .
- 2) a) Calculer les limites de $f(x)$ à gauche et à droite en -2 .
b) Justifier que la droite (Δ) d'équation $x = -2$ est asymptote à (C) .

3) a) Démontrer que :

$$\forall x \in \mathbb{R} - \{-2\}, f(x) = x - \frac{1}{2} + \frac{1}{x + 2}$$

b) Justifier que la droite (D) d'équation $y = x - \frac{1}{2}$ est asymptote à (C) .

c) Démontrer que le point $\Omega(-2 ; \frac{-5}{2})$ est un centre de symétrie de la courbe (C) .

4. a) Justifier que : $\forall x \in \mathbb{R} - \{-2\}, f'(x) = \frac{P(x)}{(x + 2)^2}$.

b) Utiliser les questions 4) a) et A. 2) pour dresser le tableau de variation de la fonction f .

5. a) Compléter le tableau de valeurs suivant :

x	-1,75	-1,5	0	2	4	5
Arrondi d'ordre 1 de $f(x)$	1,8					

- b) Tracer les droites (Δ) et (D) dans le repère (O, I, J) .
- c) Construire la courbe (C) .

C. On considère la fonction $G :]-2, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$

$$x \mapsto \ln(x+2) - 1.$$

- 1) Démontrer que G est une primitive sur $]-2 ; +\infty[$ de la fonction $x \mapsto \frac{1}{x + 2}$.
- 2) Dédire des questions C. 1) et B.3.a), une primitive F de la fonction f sur $]-2 ; +\infty[$.
- 3) Calculer l'aire A en cm^2 de la portion du plan limitée par (OI) , (C) et les droites d'équations respectives $x = 2$ et $x = 0$.