

BACCALAUREAT
SESSION 2006

Coefficient : 2
Durée : 2 h

MATHÉMATIQUES

SÉRIES : A2-H

*Cette épreuve comporte trois (03) pages numérotées 1/3, 2/3 et 3/3.
Chaque candidat recevra une (01) feuille de papier millimétré.
Toute calculatrice est autorisée.*

EXERCICE 1

Séri et Awa jouent à deviner une suite de nombres.

Séri : « Voici les quatre premiers termes d'une suite : 2 ; 3 ; 5 ; 9. Devine, Awa, le sixième terme de la suite. »

Awa : « 33, et si tu veux, je peux te dire quel est le cinquième. »

Séri : « Comment as-tu deviné ? »

Awa : « C'est un nombre mystique, alors je me suis laissée inspirer ! »

Séri : « Si le mysticisme est ta spécialité, devine-moi le treizième terme de la suite . »

Awa : « Là, tu as gagné, montre-moi comment faire. »

Réponds pour Awa aux questions suivantes posées par Séri.

1- Pose : $U_1 = 2$; $U_2 = 3$; $U_3 = 5$; $U_4 = 9$.

a) Vérifie que :

$$U_2 = 2U_1 - 1 ;$$

$$U_3 = 2U_2 - 1 ;$$

$$U_4 = 2U_3 - 1.$$

b) En supposant que ce principe itératif se poursuit pour tous les autres termes, calcule le cinquième et le sixième terme de la suite.

2- Considère la suite (U_n) définie par :

$$U_1 = 2 \text{ et pour tout entier naturel non nul } n, U_{n+1} = 2U_n - 1.$$

A l'aide de cette suite, tu peux calculer les termes de proche en proche jusqu'au treizième.

Mais pour y arriver plus rapidement, considère une deuxième suite (V_n) définie par :

$$V_n = U_n - 1 \text{ pour tout entier naturel non nul } n.$$

a) Démontre que (V_n) est une suite géométrique de raison 2.

b) Exprime V_n en fonction de n , ($n \in \mathbb{N}^*$).

c) Justifie que, pour tout entier naturel non nul n , $U_n = 2^{n-1} + 1$.

d) Calcule le treizième terme de la suite (U_n) .

Tournez la page S.V.P.

EXERCICE 2

Dans un sac il y a 9 tee-shirts distincts et indiscernables au toucher :

- 2 sont de couleur orange ;
- 3 sont de couleur blanche ;
- 4 sont de couleur verte ;

Pour s'habiller, trois amies, Affoué, Amy et Zika choisissent au hasard un tee-shirt chacune dans le sac. *Tous les résultats seront donnés sous forme de fraction irréductible.*

- 1- Justifier qu'il y a 504 façons différentes pour les jeunes filles de choisir chacune un tee-shirt.
- 2- Soit A l'événement : « Les trois filles choisissent des tee-shirts de la même couleur ». Démontrer que la probabilité de l'événement A est égale à $\frac{5}{84}$.
- 3- Soit B l'événement : « Les jeunes filles choisissent des tee-shirts de trois couleurs différentes ». Démontrer que la probabilité de l'événement B est égale à $\frac{2}{7}$.
- 4- Soit C l'événement : « Exactement deux des trois tee-shirts choisis sont de la même couleur ».
 - a) Calculer la probabilité de l'événement $A \cup B$.
 - b) En déduire la probabilité de l'événement C.
- 5- Soit D l'événement : « Un seul des trois tee-shirts choisis est blanc ». Démontrer que la probabilité de D est égale à $\frac{15}{28}$.

EXERCICE 3

Le plan est muni d'un repère orthogonal (O, I, J). L'unité graphique est 2 cm sur (OI) et 1 cm sur (OJ).

On considère la fonction numérique f, dérivable sur \mathbb{R} et définie par : $f(x) = 1+x+e^x$.
(C) est la représentation graphique de f dans le repère (O, I, J).

Partie A

- 1- a) Calculer la limite de f en $+\infty$.
b) Calculer la limite de f en $-\infty$.
- 2- a) Calculer la limite de $[f(x) - (1+x)]$ lorsque x tend vers $-\infty$.
b) Donner une interprétation graphique de cette limite.
- 3- a) Calculer la dérivée de f.
b) Démontrer que f est strictement croissante sur \mathbb{R} .
c) Dresser le tableau de variation de f.

Partie B

Dans ce tableau, on donne les arrondis d'ordre 2 de $f(x)$.

x	-4	-3	-2	-1,3	-1,2	-1	0,5	1	1,5	2
f(x)	-2,98	-1,95	-0,86	-0,03	0,10	0,37	3,15	4,72	6,98	10,39

- 1- a) Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α .
b) Vérifier que α est compris entre $-1,3$ et $-1,2$.
- 2- Dans le repère (O,I,J) :
 - a) tracer la droite (D) d'équation $y = x + 1$;
 - b) démontrer que la courbe (C) est au-dessus de la droite (D) ;
 - c) tracer la courbe (C) dans l'intervalle $[-4 ; 2]$.