Visitez votre bibliothèque www.leSavoir.net pour plus de documents

BACCALAUREAT BLANC
SESSION MARS 2006

Durée : 4 heures
Coefficient : 4

Groupe Scolaire ANDRÉ MALRAUX

MATHEMATIQUES

SERIE D

Cette épreuve comporte deux pages numérotées de 1/2 à 2/2.
Le candidat recevra une feuille de papier millimétré.

EXERCICE 1

On se propose de calculer les intégrales suivantes $I = \int_0^1 \frac{1}{(1+e^x)^2}\,dx$ et $J = \int_0^1 \frac{xe^x}{(1+e^x)^3}\,dx$

1. Calculer les deux intégrales $A = \int_0^1 \frac{e^x}{1+e^x}\,dx$ et $B = \int_0^1 \frac{e^x}{(1+e^x)^2}\,dx$

2. Déterminer les réels a , bet c tels que, pour tout réel positif t , on ait : $\frac{1}{(1+t)^2} = a + \frac{bt}{1+t} + \frac{et}{(1+t)^2}$

3. En utilisant l'égalité précédente, calculer l'intégrale I.

4. a) A l'aide d'une intégration par parties , exprimer J en fonction de I.
   b) En déduire la valeur exacte de l'intégrale J.

EXERCICE 2

Dans une entreprise la dactylographie est faite par 12 secrétaires dont 75% travaillent bien et les autres travaillent mal. Les travaux à faire chaque jour, sont distribués au hasard entre ces douze secrétaires .Les douze secrétaires sont disponibles et chaque secrétaire ne peut faire plus d'un travail en une journée.

1. Dans cette question, on suppose qu'un travail bien fait est l'œuvre d'une secrétaire qui travaille bien et qu'un travail mal fait est l'œuvre d'une secrétaire qui travaille mal.

   On donne trois documents à dactylographier en même temps. Quelle est la probabilité pour que :
   a) les trois documents soient bien tapés ?
   b) un et un seul des documents soit bien tapé ?
   c) au moins un des documents soit bien tapé ?

2. Dans cette entreprise, la probabilité pour qu'une secrétaire qui travaille bien fasse un travail sans faute est de 97% et la probabilité pour qu'une secrétaire qui ne travaille pas bien fasse un travail sans faute est de 52%

   Dans cette question on donne un travail à une secrétaire. Quelle est la probabilité pour que ce document :
   a) soit tapé par une secrétaire qui travaille mal ?
   b) ayant été tapé par une secrétaire qui travaille bien soit sans faute ?
   c) soit sans faute et tapé par une secrétaire qui travaille bien ?
   d) soit sans faute ?
   e) ne contenant pas de fautes ait été tapé par une secrétaire qui travaille mal ?
   f) contenant des fautes ait été tapé par une secrétaire qui travaille bien ?

3. On décide de faire dactylographier un seul document par jour par une secrétaire choisie au hasard. Quelle est au bout de deux semaines, la probabilité d'obtenir au plus trois documents contenant des fautes ?

Visitez votre bibliothèque www.leSavoir.net pour plus de documents

PROBLEME

PARTIE A

On considère la fonction g de IR vers IR définie par : $g(x) = 1 + x + 2x\ln|x|$.

1. Déterminer l'ensemble de définition Dg de g et calculer les limites de g aux bornes de Dg.

2. a) Pour tout x de IR*, calculer g'(x).
   b) Résoudre dans IR*, l'inéquation : $2\ln|x| + 3 \leq 0$.
   c) En déduire le signe de g'(x).
   d) Donner le sens de variation de g et dresser son tableau de variation.

3. Calculer g (-1) et prouver que : $\forall\ x \in]-\infty, -1[\ \ g(x) < 0$ et $\forall\ x \in]-1,0[\ \cup\ ]0, +\infty[\ \ g(x) > 0$.

PARTIE B

On considère la fonction f de IR vers IR définie par : $f(x) = x(x\ln|x| + 1)$ si $x \neq 0$ et $f(0) = 0$.
On désigne par (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormée (O , I , J) avec OI = OJ = 5cm.

1. a) Donner l'ensemble de définition Df et préciser les limites de f aux bornes de Df.
   b) Calculer les limites en $-\infty$ et en $+\infty$ de $\frac{f(x)}{x}$ et interpréter graphiquement les résultats.
   c) Justifier que f est continue en 0.
   d) Etudier la dérivabilité de f en 0. Interpréter graphiquement le résultat.

2. a) Pour tout x de IR*, calculer f '(x)
   b) A l'aide de partie A, dresser le tableau de variation de f.

3. a) Trouver une équation de la tangente (D) à la courbe (C) au point O.
   b) Démontrer que (D) coupe (C) en deux autres points E et F et calculer leurs coordonnées.
   c) Etudier la position de la courbe (C) par rapport à (D).

4. Démontrer que (C) coupe (OI) en un autre point K d'abscisse β telle que : $-1,8 < \beta < -1,7$.

5. Tracer avec soin (D) et (C).

PARTIE C

1. Soit α un réel appartenant à $]0,1[$. A l'aide d'une intégration par parties calculer $\int_{\alpha}^{1} x^2 \ln x\ dx$.

2. a) Calculer en fonction de α et en cm^2, l'aire $A(\alpha)$ de la partie du plan limitée par la courbe (C), la droite (D) et les droites d'équations $x = 1$ et $x = \alpha$.
   b) Calculer $\lim_{\substack{\alpha \to 0 \\ >}} A(\alpha)$. Interpréter graphiquement le résultat.