

DEVOIR COMMUNAL DE MATHEMATIQUES
 SERIE : D DUREE : 4 HEURES
 DOCUMENTS AUTORISES : NEANT BLANCO INTERDIT

EXERCICE I : Equations et inéquations comportant le logarithme népérien (4,5 points)1°) Résoudre dans $\mathbb{R}$, les équations suivantes :

a) $\ln(2x + 1) + \ln(x + 3) = \ln 3$

b) $\ln(2x + 1)(x + 3) = \ln 3$

c) $(\ln x)^3 - \ln x^4 = 0$

2°) a) Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation $x^2 - 3x - 4 = 0$ b) Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'inéquation $(\ln x)^2 - 3 \ln x < 4$ EXERCICE II : Probabilités (4,5 points)

Dans un centre de repos, on propose à 50 vacanciers deux sports : le tennis et le canoë.

Parmi eux, 24 personnes pratiquent le tennis, 15 le canoë et 6 font les deux.

1°) Combien de personnes ne pratiquent aucun des deux sports ?

2°) On interroge au hasard un vacancier. Quelle est la probabilité d'avoir choisi :

a) une personne pratiquant le tennis ?

b) une personne pratiquant un seul sport ?

c) Mme ANGOT, fidèle vacancière du centre.

3°) On choisit au hasard dans le centre un échantillon de 4 vacanciers. Quelle est la probabilité :

a) que les deux premières personnes pratiquent le tennis et les deux suivantes ne le pratiquent pas ?

b) que Mme ANGOT soit dans l'échantillon choisi ?

PROBLEME (11 points)Partie AOn définit la fonction u sur $\mathbb{R}^*$ par $u(x) = 2x^3 - 1 + 2 \ln|x|$.1°) a) Vérifier que l'équation $x^3 + \frac{1}{3} = 0$ a pour solution $x = -\frac{1}{\sqrt[3]{3}} = -\frac{1}{3^{1/3}} = -3^{-1/3}$ b) Etudier les variations de la fonction u . Préciser la valeur de l'extremum relatif de u .

2°) Etudier les limites de u en 0 , $-\infty$ et $+\infty$ puis établir le tableau de variation de u .

3°) On considère l'équation $u(x)=0$.

a) Montrer qu'elle n'admet qu'une seule solution sur $\left[\frac{1}{2}; 1\right]$ et en déduire qu'elle est la seule sur $\mathbb{R}^*$; cette solution sera notée α .

b) Donner un encadrement de α par deux nombres rationnels de la forme $\frac{n}{10}$ et $\frac{n+1}{10}$, n étant un entier naturel.

4°) En déduire le signe de $u(x)$ sur $\mathbb{R}^*$.

Partie B

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = 2x - \frac{\ln|x|}{x^2}$. On appelle (C) sa courbe

représentative dans le plan muni d'un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1°) Etudier les limites de f en 0 , $+\infty$ et $-\infty$ et en déduire les éventuelles asymptotes à (C).

2°) Déterminer la dérivée f' de f

3°) En utilisant les résultats déjà établis, donner les variations de la fonction f et son tableau de variation.

4°) a) Démontrer que $f(\alpha) = 3\alpha - \frac{1}{2\alpha^2}$

b) En utilisant l'encadrement de α trouvé à la partie A-3, prouver que $1,6 < f(\alpha) < 2,1$.

Partie C

1°) Montrer que la droite (D) d'équation $y = 2x$ est asymptote oblique à (C) en $+\infty$ et en $-\infty$

2°) Etudier la position de (C) par rapport à (D).

3°) Représenter (C) et (D) dans le repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ d'unité graphique 1 cm.

*Puisse le Plus Grand Mathématicien vous apporter aide et assistance pendant ce devoir !
BON TRAVAIL ET BONNE CHANCE !*