

CSM DE COCODY
CE DE MATH
TD2

Devoir Surveillé de Mathématiques du Mercredi 14 Janvier 2009

(Durée : 01Heure)
le coefficient du devoir est 1.

ENONCE:

- 1- Soit la fonction g définie sur $]0;+\infty[$ par : $g(x) = x^2 + \ln(x) - 2$.
 - a) Calculer les limites de g en 0 et en $+\infty$.
 - b) Etudier le sens de variation de g et dresser son tableau de variation.
 - c) Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α sur l'intervalle $]0;+\infty[$ et donner un encadrement de α à 10^{-1} près.
 - d) En déduire le signe de $g(x)$ pour tout $x \in]0;+\infty[$.

- 2- On considère la fonction numérique f définie sur $]0;+\infty[$ par : $f(x) = \frac{1}{x}(x^2 + 1 - \ln x)$.
 - a) Calculer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.
 - b) Etudier le sens de variation de f et dresser son tableau de variation. (on utilisera le résultat de la question 1.d).
 - c) En utilisant la question 1.c, montrer que : $f(\alpha) = \frac{2\alpha^2 - 1}{\alpha}$. Donner un encadrement de $f(\alpha)$ à 10^{-1} près.

- 3- Soit (C) la courbe représentative de f .
 - a) Montrer que la droite (D) d'équation $y = x$ est une asymptote oblique à (C).
 - b) Déterminer les coordonnées du point d'intersection P de (C) et (D).
 - c) Etudier la position relative de (C) par rapport à (D).
 - d) Construire (C) après avoir tracé (D) et les tangentes.

- 4- Soit h la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $h(x) = (\ln x)^2$
 - a) Calculer la fonction dérivée de h sur $]0;+\infty[$
 - b) Montrer que pour tout $x \in]0;+\infty[$; $f(x) = x + \frac{1}{x} - \frac{\ln x}{x}$
 - c) Déduire de a) et b) la primitive F de f qui s'annule en 1.