



DEVOIR de NIVEAU de MATHÉMATIQUES

Durée : 2H
Classes : TC

EXERCICE-1

Soit ABC un triangle non isocèle. On note : $7 = BC$, $4 = AC$, $5 = AB$.

- 1- Montrez que l'ensemble (Γ_A) des points M tels que, $\frac{MB}{MC} = \frac{5}{4}$ est un cercle passant par A.
- 2- En utilisant la fonction f définie par $f(M) = 16MB^2 - 25MC^2$, montrez que (Γ_A) a pour centre le point A' barycentre du système de points pondérés $\{(B,16), (C,-25)\}$.
- 3- On définit de même (Γ_B) l'ensemble des points M tels que : $\frac{MC}{MA} = \frac{7}{5}$, cercle de centre B' et (Γ_C) l'ensemble des points M tels que : $\frac{MA}{MB} = \frac{4}{7}$, cercle de centre C'.
Montrer que les points A', B' et C' sont alignés.

EXERCICE-2

Partie-A

- 1- Résoudre $x \in \mathbb{R}$, $5\sqrt{x^2 - 1} \geq -3x$
- 2- En déduire le signe de l'expression $g(x) = 5\sqrt{x^2 - 1} + 3x$ suivant les valeurs de x.

Partie-B

Soit f la fonction définie par $f(x) = 5x + 3\sqrt{x^2 - 1}$, (C_f) sa représentation graphique dans un repère (O, I, J) (unité : $OI=2\text{cm}$; $OJ=1\text{cm}$).

- 1- a/ Déterminer D_f l'ensemble de définition de f .
b/ Étudier la dérivabilité de f en -1 et 1 . Que peut-on en conclure ?
- 2- a/ Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
b/ Soit $(D_1) : y = 2x$ et $(D_2) : y = 8x$. Montrer que les droites (D_1) et (D_2) sont respectivement asymptotes à (C_f) en $-\infty$ et $+\infty$.
- 3- a/ Calculer pour tout $x \in]-\infty ; -1[\cup]1 ; +\infty[$, $f'(x)$.
b/ Étudier les variations de f et dresser le tableau de ses variations.
- 4- Soit h la restriction de f à $[1 ; +\infty[$.
a/ Justifier que h est une bijection de $[1 ; +\infty[$ vers un intervalle K que l'on précisera.
b/ Dresser le tableau des variations de h^{-1} .
- 5- Tracer (C_f) et $(C_{h^{-1}})$ la représentation graphique de h^{-1} dans le repère (O, I, J) .