Visitez votre bibliothèque www.leSavoir.net pour plus de documents

MATHEMATIQUES

EXERCICE 1 (5 points)

On donne deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ tels que : $\|\vec{u}\| = 3$, $\|\vec{v}\| = 2$, et $Mes(\widehat{\vec{u},\vec{v}}) = \frac{\pi}{4}$.

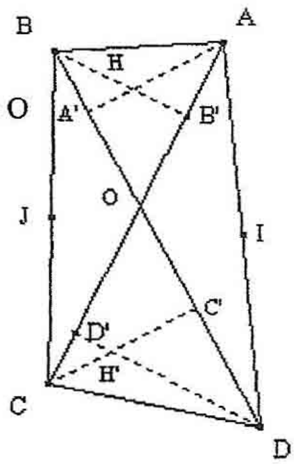
On pose $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$ et $\vec{t} = 2\vec{u} - 3\vec{v}$.

1°. Construire une figure représentant les vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$ et $\vec{t}$.

2°. Calculer $\vec{u} \cdot \vec{v}$, puis $\vec{w}^2$ et $\vec{t}^2$.

3°. En déduire les normes des vecteurs $\vec{w}$ et $\vec{t}$.

EXERCICE 2 (5 points)



On considère un quadrilatère ABCD avec les diagonales (AC) et (BD) sécantes en O et l'on désigne par H et H' les orthocentres des des triangles OAB et OCD.

1°. Montrer que l'on a : $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{HH'} \cdot \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{HH'}$.

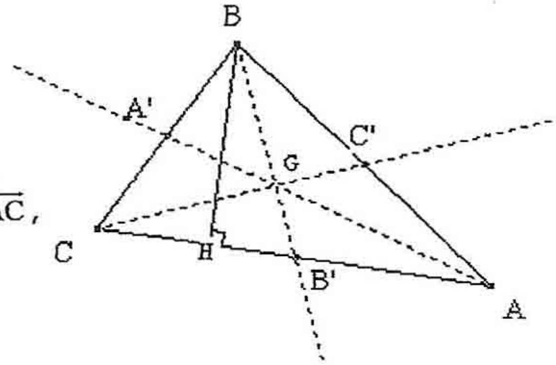
2°. Soit I et J les milieux de $[AD]$ et $[BC]$.

Montrer que $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{IJ}$.

3°. En déduire que les droites (HH') et (IJ) sont perpendiculaire.

EXERCICE 3 (5 points)

ABC est un triangle tel que : $AB = 7$, $BC = 5$ et $CA = 8$.
On note H le pied de la hauteur issue de B et G le centre de gravité du triangle.



1°. Calculer les angles du triangle. (On donnera des valeurs approchées au dixième de degré près.)

2°. Déterminer la valeur exacte du produit scalaire $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.

3°. En écrivant d'une autre manière le produit scalaire $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$, calculer la longueur AH.

4°. Exprimer $\overrightarrow{AG}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
En déduire la longueur AG.

5°. Calculer la distance BB' ainsi que le rayon R du cercle circonscrit au triangle ABC.

EXERCICE 4 (5 points)

Le triangle ABC est isocèle en A, I est le milieu de [BC] et H est le projeté orthogonal de I sur (AC).

1°. Montrer que : $\overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{BH} = \overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{CH}$ (1).

2°. Montrer que : $\overrightarrow{AH} \cdot \left(\overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC}\right) = 0$.

En déduire que : $\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BH} = \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{HC}$ (2).

3°. A l'aide de (1) et (2), prouver que $\left(\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AH}\right) \cdot \overrightarrow{BH} = 0$.

4°. En déduire que si J est le milieu de [IH] alors (AJ) est orthogonal à (BH).