



DEVOIR de MATHEMATIQUES

Durée : 2H
Classe : 11eD

EXERCICE-1

Soit la fonction \mathbb{R} vers \mathbb{R} définie par : $f(x) = \frac{\sqrt{2x+7}-1}{9-x^2}$

1. Déterminer D_f
2. a) Calculer $\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$
b) f admet-elle un prolongement par continuité en -3 ? Si oui préciser ce prolongement.

PROBLEME

Partie A

On considère la fonction g définie sur \mathbb{R} par : $g(x) = x^3 + x - 1$

1. Calculer les limites de g en $-\infty$ et $+\infty$
2.
 - a) Etudier les variations de g
 - b) Dresser le tableau de variation de g
3.
 - a) Montrer que l'équation $g(x)=0$ admet une solution unique α dans \mathbb{R} .
 - b) Justifier que $0 < \alpha < 1$
 - c) Donner un encadrement de α à 10^{-1} près par la méthode du balayage.
4. Justifier que : $\begin{cases} \forall x \in]-\infty; \alpha[& g(x) < 0 \\ \forall x \in]\alpha; +\infty[& g(x) > 0 \end{cases}$

Partie B

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R}^* par : $f(x) = x + 1 - \frac{2x-1}{2x^2}$

et (C) sa représentation graphique dans un repère orthonormée (O, I, J) unité 2cm

1. a) Calculer $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$
b) Interpréter le résultat des limites.
2. Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
3.
 - a) Montrer que : $\forall x \in \mathbb{R}^*, f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$.
 - b) En utilisant la partie A 4., étudier le signe de $f'(x)$ et en déduire le sens de variation de f .
 - c) Dresser le tableau de variation de f .
4.
 - a) Montrer que la droite (D) d'équation $y = x + 1$ est une asymptote à (C) en $+\infty$ et en $-\infty$.
 - b) étudier la position relative de (C) et (D)
- 5) Construire (C) et (D) **NB : on prendra $\alpha = 0,6$ et $f(\alpha) = 1,3$**

Partie C

Soit h la restriction de f à $] -\infty ; 0[$

1. Montrer que h réalise une bijection de $] -\infty ; 0[$ dans un intervalle K à déterminer.
2.
 - a) dresser le tableau de variation de h^{-1} la bijection réciproque de h
 - b) construire dans le même repère (C_{h⁻¹}).

| Mme Cissé M. T.

Professeur de Lycée de Math