COLLEGE SAINT JEAN BOSCO	DEVOIR DE MATHEMATIQUES		Note : /20
Année scolaire 2021-2022 Date 09 - 02 - 22	Durée : 3H.00 ….	NIVEAU : Tle C	Nom du prof :AOUSSOU 2e CYCLE

EXERCICE 1

Ecris sur ta copie le numéro de la proposition suivi de vraie (V) ou fausse (F).

1) Si l'entier naturel n est un multiple de 3 alors $(1 - i\sqrt{3})^n$ est un réel
2) Le barycentre des points pondérés (A ; -2) ; (B ; 2) ;(C ; 3) ; (D ; -3) existe
3) L'asymptôte oblique de la courbe de g définie par $g(x) = \frac{-x^2 - 2\ln x}{x}$ a pour équation y = - x
4) Pour tout entier naturel k vérifiant $2 \leq k \leq n$, le nombre n ! + k est un nombre premier

EXERCICE 2

Indique sur ta copie pour chaque question le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie

1) Une primitive sur [0 ; 1] de f définie par $f(x) = \frac{4}{\sqrt{3-2x}}$ est donnée par

A) $F(x) = 4\sqrt{3-2x}$ - B) $F(x) = -2\sqrt{3-2x}$ - C) $F(x) = -4\sqrt{3-2x}$ - D) $F(x) = 2\sqrt{3-2x}$

2)) La droite de représentation paramétrique $\begin{cases} x = k+2 \\ y = 2k \\ z = 3k-1 \end{cases}$ $k \in IR$ est parallèle au plan dont une équation cartésienne est : A) $x + 2y + z - 3 = 0$ - B) $-x + 2y - z - 3 = 0$ - C) $-x + 2y + z - 3 = 0$ - D) $x + 2y - z = 0$

3) Le reste de la division de $n^2 + n + 1$ par n - 1 est : A) 0 - B) 1 - C) 2 - D) 3

4) Soient les complexes $a = 3e^{i\frac{\pi}{3}}$ et $b = -3e^{-i\frac{\pi}{3}}$ alors A) a + b est un complexe imaginaire pur – B) a + b est un réel positif - C) a^{24} est un réel négatif - D) b^{36} est un imaginaire pur

EXERCICE 3

Dans le plan muni d'un repère orthonormé direct $(O ; \vec{u}; \vec{v})$ unité : 1 cm, on donne les points A(- 1 ; 0) et F(4 ; 0). On note (E) l'ellipse de centre F dont un sommet est A et un foyer est le point O.

1) a) Détermine les coordonnées des trois autres sommets de (E) dans le repère $(O ; \vec{u}; \vec{v})$

b) Justifie que l'excentricité de (E) est égale à 0,8

c) Donne une équation de la directrice (D) de l'ellipse (E) associée au foyer O dans le repère $(O, \vec{u}; \vec{v})$

2) a) Démontre qu'une équation de (E) dans le repère $(O\ ;\ \vec{u}\ ;\ \vec{v})$ est : $\frac{(x-4)^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$

b) Construire l'ellipse (E) dans le repère $(O\ ;\ \vec{u}\ ;\ \vec{v})$

EXERCICE 4

On donne les nombres complexes suivants : $a = -2i$, $b = -\sqrt{3}+i$ et $c = \sqrt{3}+i$

1) a) Calcule le module puis un argument des complexes a, b et c
   b) Ecris sous forme exponentielle les complexes a, b et c

2) a) Déduis en la forme exponentielle de b^{2019} puis de c^{2020}

   b) Déduis en la forme algébrique de c^{2020} puis justifie que b^{2019} est un imaginaire pur

   c) Détermine les valeurs de n entier naturel pour que a^n soit un réel non nul

3) Ecris le quotient $Z = \frac{b-a}{c-a}$ sous forme algébrique puis déduis-en sa forme trigonométrique

EXERCICE 5

Soit f la fonction définie sur [0 ; 1] par : $f(x) = (\ln x)\ln(1-x)$ si $0 < x < 1$; $f(0) = 0$ et $f(1) = 0$

On note Cf sa courbe dans un repère orthonormé (O, I, J) : unité graphique 1 cm

1) a) Etudie la continuité et la dérivabilité de f à droite en 0 puis à gauche en 1

   b) Précise la demi-tangente à Cf à droite en 0 et à gauche en 1

2) Soit g la fonction deux fois dérivable et définie sur]0 ; 1[par : $g(x) = (1-x)\ln(1-x) - x\ln x$

   a) Calcule les dérivées première et seconde de g et étudie les variations de g'

   b) Démontre que l'équation $g'(x) = 0$ admet deux solutions r et s dans]0 ; 1[($r < s$)

   c) Donne le signe de $g'(x)$ sur]0 ; 1[puis calcule les limites de g en 0 et en 1

   d) Calcule $g(\frac{1}{2})$ et déduis-en le signe de g(x)suivant les valeurs de x sur]0 ; 1[

3) a) Calcule la fonction dérivée de f et justifie que $f'(x)$ a le signe de g(x) sur]0 ; 1[

   b) Dresse le tableau de variation de f et trace la courbe Cf dans le repère (O, I, J)

EXERCICE 6

Au cours d'une séance de travaux dirigés en terminale C dans la salle multimédia le professeur présente, à l'aide du logiciel géogébra dans l'espace muni d'un repère orthonormé, les points A(- 1; 0 ; 2), B(3 ; 2 ; - 4), C(1 ; - 4 ; 2), D(5 ; - 2 ; 4), I le milieu de[AB], K le milieu de [CD] et J le point tel que $\overrightarrow{BJ} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BC}$.

Koffi élève de la classe affirme que les points I, J, K forment un plan qui coupe la droite (AD) en un point L.

Le professeur te demande d'utiliser tes connaissances mathématiques au programme pour produire une argumentation afin de justifier cette affirmation et de déterminer les coordonnées du point L