Collège Catholique Saint-Jean Bosco	MATHEMATIQUES	NIVEAU : TD
	TEST LOURD N°3	Durée : 03H00
ANNEE SCOLAIRE : 2021 – 2022	DATE : 09 / 02 / 2022	CE-MATHS
Trimestre 2		

Tout ce qui mérite d'être fait, mérite d'être bien fait... jusqu'au bout !

EXERCICE 1

Ecris le numéro de l'affirmation suivi de VRAI lorsque l'affirmation est vraie ou de FAUX si l'affirmation est fausse.

1) L'ensemble des points M du plan d'affixe z tels que : $|z + 2 - i| = 3$ est le cercle de centre $A(2 - i)$ et de rayon 3.

2) $\lim\limits_{x \mapsto +\infty} \frac{ln(x+3)}{x+2} = 1$

3) Parmi toutes les primitives d'une fonction sur un intervalle I, il en existe une et une seule qui prend une valeur donnée y_0 pour une valeur x_0 de la variable.

4) Soient f une fonction dérivable sur un intervalle K, a et b deux éléments de K tels que $a < b$. S'il existe deux nombres réels m et M tels que pour tout x élément de $[a; b], m \leq f'(x) \leq M$, alors
$m(b - a) \leq f(b) - f(a) \leq M(b - a)$

EXERCICE 2

Pour chacune des affirmations ci-dessous, indique son numéro suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

1) Soit une épreuve de Bernoulli et p la probabilité d'obtenir un succès et $q = 1 - p$ la probabilité d'un échec. Si l'épreuve est répétée n fois dans les conditions du schéma de Bernoulli, alors la probabilité d'obtenir exactement k succès est :

a) $C_k^n p^n q^{n-k}$; b) $C_n^k p^{n-k} q^k$; c) $C_n^k p^k q^{n-k}$

2) Si la courbe de la fonction f admet un point d'inflexion en un point d'abscisse a, alors

a) $f'(a) = 0$; b) $f''(a) = 0$; c) $f(a) = 0$

3) $f(x) = \frac{2x-1-xlnx}{x}$ sur $]0; +\infty[$. $f'(x)$ est égale à :

a) $\frac{x-1}{x^2}$; b) $\frac{x-1-lnx}{x^2}$; c) $\frac{1-x}{x^2}$

4) Si U est une fonction continue et strictement décroissante sur $]-2;3[$ et si $U(-2) \times U(3) < 0$ alors l'équation $U(x) = 0$ admet une unique solution sur :

a) $]U(3);U(-2)[$; b) $]U(-2);U(3)[$; c) $]-2;3[$

EXERCICE 3

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$.

Au point M d'affixe z avec z différent de $\frac{1}{2}$, on associe le point M' d'affixe $Z = \frac{z-2}{2z-1}$. On pose $z = x + iy$ et $Z = X + iY$

1- Exprime les coordonnées X et Y de M' en fonction des coordonnées x et y de M.

2- Détermine l'ensemble des points M du plan tels que :
   a) Z soit un nombre réel
   b) Z soit un nombre imaginaire pur
   c) $|Z| = 1$

EXERCICE 4

On donne la fonction f définie par $\begin{cases} f(x) = \frac{\sqrt{1+x^2}}{x^2} \ si\ x \neq 0 \\ f(0) = \frac{1}{2} \end{cases}$

Et on désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O ; I ; J)

1) Démontre que l'ensemble de définition D_f de f est $\mathbb{R}$.
2) Etudie la continuité de f en 0.
3) a) Etudie la dérivabilité de f en 0.
4) b) Déduis-en une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 0.

EXERCICE 5

On considère la fonction f dérivable sur $]0;+\infty[$ et définie par : $f(x)=\frac{lnx}{1+x^2}$

On note (C) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthogonal (O ; I ; J). Unité : OI= 2cm et OJ= 4cm.

I- Soit la fonction u dérivable sur $]0;+\infty[$ et définie par :
$u(x)=1+x^2 -2x^2 lnx$

lesavoir.net

1) Calcule $\lim_{x\to 0} u(x)$ et $\lim_{x\to +\infty} u(x)$.

2) a) Etudie les variations de u sur $]0; +\infty[$ puis dresse son tableau de variation.

b) Démontre que l'équation :

(E) : $x \epsilon\ ]0; +\infty[, u(x)=0$ admet une solution α.

c) Démontre que 1,89< α <1,89.

d) Justifie que : $f(x) = \begin{cases} si\ x\epsilon\ ]0; \alpha[\ alors\ u(x) > 0 \\ si\ x\ \epsilon[\alpha; +\infty[\ alors\ u(x) \leq 0 \end{cases}$

II- 1) Calcule $\lim_{x\to 0} f(x)$ et $\lim_{x\to +\infty} f(x)$.

2) a) Démontre que pour tout x élément de $]0; +\infty[$, $f'(x) = \frac{u(x)}{x(1+x^2)^2}$

b) Démontre que f$(\alpha) = \frac{1}{2\alpha^2}$.

c) Etudie les variations de f puis dresse son tableau de variation.

3) a) Détermine les coordonnées du point d'intersection de (C) et (OI).

b) Détermine suivant les valeurs de$x$, le signe de $f(x)$ pour tout x élément de $]0; +\infty[$.

4) Trace (C) dans le repère (O ; I ; J)

EXERCICE 6

Dans le cadre de la recherche des causes des accidents de la circulation dans ta région, l'office de la sécurité routière (OSER) a fait une enquête. Elle utilise un alcootest. L'enquête révèle que 45% des conducteurs ont un taux d'alcoolémie supérieur ou égal à 0,5. L'enquête révèle aussi que :

- 96% des conducteurs qui ont un taux d'alcoolémie supérieur ou égal à 0,5 sont testés positifs,
- 2% des conducteurs qui ont un taux d'alcoolémie inférieur à 0,5 sont testés positifs.

Ton oncle, conducteur dans une compagnie de transport a eu un résultat négatif à l'alcootest. Un agent de l'OSER affirme que ton oncle a au moins 97% de chance d'être parmi les conducteurs ayant un taux d'alcoolémie inférieur à 0,5.

A l'aide d'une production argumentée, dis si l'affirmation de l'agent de l'OSER est vérifiée.

« SOYEZ AU-DESSUS DE CE QUE VOUS CHERCHEZ »

leSavoir.net