BACCALAUREAT D'ESSAI

Session de mai 2021.

Epreuve de MATHEMATIQUES

Série A1

Durée de l'épreuve : 3 heures --- Coefficient : 3.

Cette épreuve comporte 3 pages (y compris cette page de garde) ; cinq exercices.

Chaque candidat recevra une feuille de papier millimétré.

La calculatrice est autorisée.

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. Un résultat peut être admis et utilisé dans la suite. **Toute copie sans soin sera pénalisée.**

Exercice 1 (2 points)

Dans cet exercice, aucune justification n'est demandée. Ecrire sur votre feuille, la référence de chaque question suivie de vrai ou faux.

1. $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{x^2-3x+1}{-x+6} = -\infty$.
2. La somme des probabilités de deux événements peut dépasser 2.
3. Soit n un entier naturel, alors : $e^{-5\times n} = \left(\frac{1}{e^5}\right)^n$.
4. L'équation $e^x = 0$ n'admet aucune solution dans $\mathbb{R}$.

Exercice 2 (2 points)

Pour chacune des questions suivantes, quatre réponses sont proposées ; inscrire sur votre copie, le numéro de la bonne réponse puis la réponse elle-même.

1. On considère la fonction f définie par $f(x) = \frac{x^2}{x+1}$; alors la dérivée de f est donnée par :
   a. $f'(x) = \frac{2x^2+x}{(x+1)^2}$; b. $f'(x) = \frac{x^2+2x}{(x+1)^2}$; c. $f'(x) = \frac{2x^2-x}{(x+1)^2}$; d. $f'(x) = \frac{x^2-2x}{(x+1)^2}$.
2. On lance trois fois de suite une pièce de monnaie parfaitement équilibrée et on note dans l'ordre la face apparue à chaque lancer. L'univers d'une telle expérience comporte :
   a. Deux issues ; b. trois issues ; c. 6 issues ; d. huit issues.
3. L'équation $x \in \mathbb{R}, \ln(x) + \ln(x+1) = 0$ admet :
   a. 4 solutions ; b. 3 solutions ; c. 2 solutions ; d. une solution.
4. On a : a. $\lim\limits_{x \to +\infty} e^x = 0$; b. $\lim\limits_{x \to -\infty} e^x = +\infty$; c. $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x} = 0$; d. $\lim\limits_{x \to -\infty} x\,e^x = 0$.

Exercice 3 (5 points)

On considère le polynôme P défini pour tout nombre réel x par $P(x) = 3x^3 + x^2 - 8x + 4$.

1. a. Justifier que 1 est une racine du polynôme P.
   b. Justifier que pour tout nombre réel $x, P(x) = (x-1)(x+2)(3x-2)$.
2. Soit l'équation (E) : $x \in \mathbb{R}, 2\ln(x) + \ln(3x+1) = \ln(8x-4)$.
   a. Déterminer l'ensemble de validité de l'équation (E).
   b. Résoudre l'équation (E).
3. a. Résoudre l'inéquation $x \in \mathbb{R}, 3x^3 + x^2 - 8x + 4 \geq 0$.
   b. En déduire les solutions de l'inéquation $x \in \mathbb{R}, 3(\ln(x))^3 + (\ln(x))^2 - 8\ln(x) + 4 \geq 0$.

Exercice 4 (7 points)

On considère la fonction f définie et dérivable sur $]0;+\infty[$ par $f(x) = 2x - 3 - \ln(x)$. On note $(\mathcal{C}_f)$ la courbe représentative de la fonction f dans le plan muni d'un repère (O, I, J) ; unité : 2 cm.

1. a. Calculer la limite suivante : $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x)$.
   b. Justifier que pour tout $x \in]0;+\infty[, f(x) = x\left(2 - \frac{3}{x} - \frac{\ln(x)}{x}\right)$.
   c. En déduire $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.
2. a. Justifier que pour tout $x \in]0;+\infty[, f'(x) = \frac{2x-1}{x}$.
   b. Justifier que f est strictement décroissante sur $]0;\frac{1}{2}[$ et strictement croissante sur $]\frac{1}{2};+\infty[$.
   c. Dresser le tableau de variation de f.
3. a. Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution dans l'intervalle $]1;2[$. On désigne par α cette solution.
   b. Déterminer un encadrement d'amplitude 0,1 de α.

4. Déterminer une équation de la tangente (T) à la courbe $(\mathcal{C}_f)$ au point d'abscisse 1.

5. a. Reproduire et compléter le tableau suivant :

x	0,1	0,2	0,4	0,5	1	2	2,5	3,5
Arrondi d'ordre 1 de $f(x)$	$-0{,}5$	-1						

b. Construire (T) et $(\mathcal{C}_f)$ dans le repère ci-dessus.

<u>Exercice</u> 5 (4 points)

Le père de Kona est un très grand commerçant. Un jour, Kona et son ami Lia se rendent dans le magasin de son père. Kona informe alors son père qu'il a besoin d'acheter une calculatrice d'une valeur de 3 500 fcfa. Très occupé, le père de Kona choisit au hasard deux billets dans son tiroir et les remet à son fils sans s'occuper de la valeur de ces billets. Dans le tiroir du père de Kona, il y a 5 billets de 500 fcfa, 6 billets de 1000 fcfa, trois billets de 2 000 fca et deux billets de 5 000 fcfa. Lia qui a suivi de loin toute la scène estime que Kona a moins de 28% de chance pour pouvoir acheter sa calculatrice ; Kona affirme le contraire ; en utilisant tes connaissances en mathématique dis qui de Kona et de son ami Lia a raison.