



MATHÉMATIQUES

Exercice 1

Dans cet exercice aucune justification n'est demandée. Ecris sur ta copie le numéro de l'affirmation suivi de VRAI lorsque l'affirmation est vraie ou de FAUX lorsque l'affirmation est fausse.

Exemple : 5. VRAI

N°	Affirmation
1	Si f est une bijection dérivable et strictement monotone sur un intervalle I , telle que : $\forall x \in I$ et $f'(x) \neq 0$, alors sa bijection réciproque f^{-1} a pour dérivée : $\forall x \in f(I), f^{-1}(x) = \frac{1}{f'(f^{-1}(x))}$
2	Si a et b sont deux nombres réels, alors $e^{ab} = e^a + e^b$
3	Si f est une fonction continue et monotone sur un intervalle I , alors pour tout élément b de l'intervalle $f(I)$, l'équation $f(x) = b$ admet une solution unique dans l'intervalle I .
4	Si a et b sont deux nombres complexes tels que a est le nombre complexe non nul, alors $z' = az^2 + b$ est l'écriture complexe d'une similitude direct.

Exercice 2

Pour chaque ligne du tableau ci-dessous trois réponses A, B, et C sont proposées dont une seule est juste. Écris sur ta feuille de copie le numéro de la ligne suivi de la lettre correspondant à la réponse juste.

Exemple 5. C

N°	Proposition	A	B	C
1	Si u est une suite arithmétique de raison r strictement positive, alors elle est	convergente	croissante	décroissante
2	Soit a et b deux nombres complexes tels que a est le nombre complexe non nul et S une application de \mathbb{C} vers \mathbb{C} . On pose $z' = az + b$ l'expression complexe de S . Si $ a = 1$, alors S est une	translation	symétrie orthogonale	rotation

3	Si une fonction change de sens de variation en un point d'abscisse x_0 , alors la tangente est	horizontale en ce point	oblique en ce point	verticale en ce point
----------	--	-------------------------	---------------------	-----------------------

Exercice 3

On donne la fonction f définie de \mathbb{R} vers \mathbb{R} par : $f(x) = \frac{x^2+x-1}{x-1}$ admettant le tableau de variation ci-dessous. (C_f) désigne sa représentation graphique dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) d'unité graphique : 1 cm.

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	↗ 1 ↘		↘ 5 ↗	$+\infty$

- 1) Détermine les images des intervalles $] -\infty; 1[$ et $[0; 1[$.
- 2) a-Montre que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique $\alpha \in [0; 1[$.
b-Justifie que $0,6 < \alpha < 0,7$.
- 3) Construis (C_f) et ses asymptotes dans le repère (O, I, J) .

Exercice 4

Un commerçant dans la ville d'Abidjan veut acheter un camion pour transporter ses marchandises. Une société de vente de véhicules lui propose un camion aux conditions suivantes :

- Payer en 48 mensualités et ce, à partir du premier mois suivant la livraison du camion ;
- Payer 2.700.000 francs CFA comme première mensualité ;
- Payer 50.000 francs CFA de moins que la mensualité du mois précédent et ceci pendant les 47 autres mois.

Ce commerçant veut connaître le montant qu'il doit dépenser pour acquérir ce camion.

On désigne par w_n la mensualité du $n^{\text{ième}}$ mois ($1 \leq n \leq 48$).

- 1- a) Calcule la deuxième mensualité.
b) Justifie que (w_n) est une suite arithmétique dont on précisera le premier terme et la raison.
c) Quel est le sens de variation de la suite (w_n) ? Justifie la réponse.
- 2- a) Exprime w_n en fonction de n .
b) Quelle est la dernière mensualité ?
- 3) Calcule le montant que ce commerçant doit déboursier pour acquérir ce camion.

Exercice 5

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé (O, I, J) d'unité graphique 1cm. On considère les points A_0, A_1 et A_2 d'affixe respectives $z_0=5 - 4i$, $z_1= -1 - 4i$ et $z_2= - 4 - i$

1. Justifie l'existence d'une similitude directe S qui applique A_0 sur A_1 et A_1 sur A_2
2. Démontre que l'écriture complexe de S est $z' = \frac{1-i}{2}z + \frac{-3+i}{2}$
3. En déduis le rapport, l'angle et l'affixe ω du centre Ω de S
4. On considère un point M d'affixe z un complexe non nul et son image M' d'affixe z'
Vérifie que $\omega - z' = i(z - z')$. En déduire la nature du triangle $\Omega MM'$
5. Détermine l'image du cercle C de centre Q d'affixe $1 + i$ et de rayon 2 par S

Exercice 6

Une usine fabrique et commercialise des sachets de poudre de cacao. Sa capacité journalière de production est comprise entre 1 000 et 3 000 sachets. On suppose que toute la production est commercialisée. Une étude a révélé que le bénéfice journalier, exprimé en millions de francs CFA, réalisé pour la production et la vente de x milliers de sachets est modélisé sur l'intervalle $[1 ; 3]$ par la fonction B définie par : $B(x) = -\frac{1}{2}x^2 + x + 2 + 2\ln x$. Le Directeur de l'usine veut accroître le bénéfice de l'entreprise. N'ayant pas de personnel qualifié, il te demande le nombre de sachets à produire en un jour, à l'unité près, pour que l'entreprise réalise un bénéfice maximal. Détermine le nombre de sachets de poudre de cacao à produire pour obtenir un bénéfice maximal.