BACCALAUREAT BLANC INTERNE **Coefficient : 4**

SESSION MARS 2021 **Durée : 4 heures**

MATHEMATIQUES

SERIE D

Cette épreuve comporte deux (2) pages numérotées 1 sur 3 ; 2 sur et 3sur 3.

Tout modèle de calculatrice scientifique non graphique est autorisé.

EXERCICE 1 **(2 points)**

Écris le numéro de chaque affirmation suivie de VRAI si l'affirmation est vraie ou de FAUX si l'affirmation est fausse. **Exemple : 5 - Faux**

N°	Affirmations
1	La fonction $x \to sin(x^2 + \frac{\pi}{4})$ admet pour dérivée sur $\mathbb{R}$ la fonction $x \to 2xcos\left(x^2 + \frac{\pi}{4}\right)$.
2	Soit f une fonction dérivable sur $[0\,;5]$ et bijective de $[0\,;5]$ sur $[-1\,;3]$ telle que $f(4) = 2$. Si $f'(4) = 0$ alors f^{-1} est dérivable en 2.
3	L'affixe du point $M(-5\,;\,-2)$ est : $-2 - 5i$
4	Les racines carrées du nombre complexe $-8 - 6i$ sont $1 - 3i$ et $-1 + 3i$
5	A est un événement de Ω et $\bar{A}$ l'événement contraire de A on a : $P(\bar{A}) = P(A) + 1$

EXERCICE 2 **(2 points)**

Pour chacune des affirmations ci-dessous, trois réponses sont données dont une seule est juste. Écris sur ta feuille de copie le numéro de l'affirmation suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse. **Exemple : 1 - B**

N°	affirmations	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1	Soit a et b sont des nombres réels strictement positifs. Soit $log(a \times b)$ est égal à	$log(a) \times log(b)$	$log(a) + log(b)$	$lna + lnb$
2	Une primitive de F de la fonction f définie par $f(x) = \frac{1}{4x-1}$ sur $\left]\frac{1}{4};+\infty\right[$ est	$F(x) = ln(4x-1)$	$F(x) = 4\,ln(4x-1)$	$F(x) = \frac{1}{4}ln(4x-1)$
3	Soit g la fonction définie et dérivable sur $]2;+\infty[$ par $g(x) = ln(2x-4)$ pour tout $x \in]2;+\infty[$, $g'(x) =$	$g'(x) = \frac{1}{2x-4}$	$g'(x) = \frac{2}{ln(2x-4)}$	$g'(x) = \frac{2}{2x-4}$
4	Soit A et B deux évènements de l'universΩ. si A et B sont incompatibles alors $P(A \cup B) =$	$P(A) + P(B)$	$P(A) \times P(B)$	$P(A) - P(B)$
5	Quelle est l'expression qui est définie sur $]-4\,;4[$	$ln(-x)$	$ln(16 - x^2)$	$ln(x)$

EXERCICE 3 **(3 points)**

On considère dans $\mathbb{C}$, l'ensemble des nombres complexes, le polynôme P tel que :
$\forall z \in \mathbb{C}, P(z) = z^3 + (1 - 6i)z^2 - (17 + 8i)z - 33 + 30i.$

1. a) Vérifier que -3 est un zéro de P.

   b) Justifier que pour tout nombre complexe z, $P(z) = (z + 3)(z^2 - (2 + 6i)z - 11 + 10i).$

   c) Résoudre alors l'équation $(E); z \in \mathbb{C}, P(z) = 0.$

2. Dans le plan muni d'un repère orthonormé direct (O ; I ; J) unité graphique 1 cm, on considère les points A, B et C d'affixes respectives -3 ; -1+4i ; 3+2i.

   a) Placer les points A, B et C.

   b) Démontrer que le triangle ABC est rectangle isocèle.

   c) Déterminer l'affixe z_D du point D tel que ABCD soit un parallélogramme.

EXERCICE 4 **(4 points)**

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J). Unité 1 cm.

Soit g la fonction définie sur $]0\,;\,+\infty[$, par $g(x) = x^2 + 1 - \ln(x)$.

1) Démontre que g est minorée par $\frac{3}{2} + \frac{1}{2}ln2$.

2) soit f la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = x + \frac{lnx}{x}$

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans le plan muni du repère (O, I, J).

a) Détermine les limites de f en 0 et $+\infty$.

b) Démontre que la droite (D) d'équation $y = x$ est une asymptote à (C)en $+\infty$.

C) On suppose que f est dérivable sur $]0; +\infty[$.

Démontre que pour tout nombre réel x de $]0; +\infty[, f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$.

d) Dresse le tableau de variation de f sur $]0; +\infty[$.

e) construis (D) et (C).

EXERCICE 5 **(4 points)**

Mariam, une jeune diplômée sans emploi, a reçu un fonds et décide d'ouvrir un restaurent. Après un mois d'activité, elle constate que :

- Pour un jour donné, la probabilité qu'il y ait une affluence de clients est 0,6 ;
- Lorsqu'il y a une affluence de clients, la probabilité qu'elle réalise un bénéfice est 0,7 ;
- Lorsqu'il n'y a pas d'affluence de clients, la probabilité qu'elle réalise un bénéfice est 0,4.

On désigne par A l'événement « il y a affluence de clients » et B l'événement « Mariam réalise un bénéfice ».

1. On choisit un jour au hasard.

a) Calculer la probabilité de l'événement E suivant : « il y a une affluence de clients et Mariam réalise un bénéfice ».

b) Démontrer que la probabilité $P(B)$ de l'événement B est 0,58.

c) Mariam a réalisé un bénéfice. Calculer la probabilité qu'il y ait eu une affluence de clients ce jour-là. On donnera l'arrondi d'ordre 2 du résultat.

2) Mariam veut faire des prévisions pour trois jours successifs données. On désigne par X la variable aléatoire égale au nombre de jours où elle réalise un bénéfice sur les 3 jours.

a) Déterminer les valeurs prises par X.

b) Déterminer la loi de probabilité de X.

c) Calculer l'espérance mathématiques E(X) de X.

3. Soit n un nombre entier naturel supérieur ou égal à 2. On note P_n la probabilité que Mariam réalise au moins une fois un bénéfice pendant n jours successifs sur une période de n jours.

a) Justifie que pour tout nombre entier naturel n supérieur ou égal à 2 : $P_n = 1 - (0{,}42)^n$.

b) Déterminer la valeur minimale de n pour qu'on ait $P_n \geq 0{,}9999$.

<u>EXERCICE</u> 6 (5 points)

Une usine fabrique et commercialise des sachets de poudre de cacao. Sa capacité journalière de production est comprise entre 1 000 et 3 000 sachets. On suppose que toute la production est commercialisée. Une étude a révélé que le bénéfice journalier, exprimé en millions de francs CFA, réalisé pour la production et la vente de x milliers de sachets est modélisé sur l'intervalle

[1 ; 3] par la fonction B définie par : $\mathrm{B}(x) = -\frac{1}{2}x^2 + x + 2 + 2\ln x$.

Le Directeur de l'usine veut accroître le bénéfice de l'entreprise. N'ayant pas de personnel qualifié, il te demande le nombre de sachets à produire en un jour, à l'unité près, pour que l'entreprise réalise un bénéfice maximal.

Détermine le nombre de sachets de poudre de cacao à produire pour obtenir un bénéfice maximal.