



BAC BLANC : Session de Janvier 2022

Epreuve de : MATHÉMATIQUES

Durée : 4 H

SERIE C

Coefficient : 5

Cette épreuve comporte trois (3) pages. L'usage de la calculatrice est autorisé.

Le candidat utilisera deux feuilles de papier millimétré

EXERCICE 1

Ecris sur ta copie le numéro de la proposition suivi de vraie (V) ou fausse (F).

- 1) m, n et p sont des entiers relatifs non nuls, si n divise m p alors n divise toujours p
- 2) La fonction g définie par $g(x) = \tan(3x)$ est dérivable en 0 et $g'(0) = 1$
- 3) Une primitive sur $\mathbb{R}$ de f définie par $f(x) = \frac{-1}{4} \cos(4x)$ est donnée par $F(x) = \sin(4x)$
- 4) L'ellipse d'équation : $x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$ a pour excentricité e égale à $\frac{\sqrt{3}}{2}$

EXERCICE 2

Pour chacune des questions proposées une seule réponse est correcte

Indique sur ta copie pour chaque question le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie

- 1) ABC est un triangle et $G = \overline{\{(A ; 1) ; (B ; -1) ; (C ; 2)\}}$. L'ensemble des points M vérifiant

$$\|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\| = AB \text{ est :}$$

- A) $C(G ; AB)$ - B) $\emptyset$ - C) $C(G ; \frac{1}{2}AB)$ - D) la hauteur issue de A de ABC

- 2) Soit f une fonction dérivable sur I et g dérivable sur $f(I)$. La fonction $f' \circ g$ admet pour primitive sur I

- A) $f \circ g$ - B) $f \times g$ - C) $g \circ f$ - D) $f' \circ g'$

- 3) Le plus petit entier naturel n tel que $1 - \left(\frac{1}{3}\right)^n > 0,95$ est : A) 5 - B) 4 - C) 2 - D) 3

- 4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2x)}{2x^2 + 4x}$ est égale à A) 0,5 - B) 1 - C) $+\infty$ - D) -0,5

EXERCICE 3

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé $(O ; \vec{i} ; \vec{j} ; \vec{k})$ on donne les points $E(-7 ; 0 ; 4)$ et $F(-1 ; 1 ; 2)$, le plan (P) d'équation cartésienne $x + 2y - 2z - 3 = 0$ et la droite (D) de représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x = k \\ y = -1 \\ z = 1 - 2k \end{cases}$$

- 1) a) Détermine une représentation paramétrique de la droite (D_1) passant par E et perpendiculaire à (P)
b) Détermine les coordonnées du point G intersection de la droite (D_1) et du plan (P)
c) Déduis-en la distance du point E au plan (P) puis retrouve le résultat à l'aide de la formule du cours
- 2) a) Détermine une équation cartésienne du plan (P_1) passant par F et perpendiculaire à (D)
b) Détermine les coordonnées du point H intersection de la droite (D) et du plan (P_1)
c) Déduis-en la distance du point F à la droite (D)

EXERCICE 4

L'unité est le centimètre. Dans le plan orienté on donne un carré ABCD de centre I tel que $AB = 3$ et F le barycentre des points pondérés $(A ; 4)$, $(B ; -1)$ et $(D ; -1)$.

- 1) a) Démontre que A est le milieu du segment [FI]
b) Justifie que $FB^2 = \frac{45}{2}$ puis que $FB = FD$
- 2) Soit (E_1) l'ensemble des points du plan tels que : $4MA^2 - MB^2 - MD^2 = 9$
 - a) Démontre que $M \in (E_1) \Leftrightarrow 2MF^2 - 27 = 9$
 - b) Détermine et construis l'ensemble (E_1)
- 3) Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(B ; \vec{i} ; \vec{j})$ on admet que les coordonnées des points A et C sont $A(0 ; 3)$, $C(3 ; 0)$ et la droite (AD) a pour équation : $y = 3$
Soit (E_2) l'ensemble des points $M(x ; y)$ du plan tels que : $4MA^2 - MB^2 - MD^2 = \frac{1}{2}(y - 3)^2 - 27$.
 - a) Justifie que (E_2) est une ellipse dont on précisera l'excentricité, un foyer et la directrice associée.
 - b) Détermine les coordonnées de F et justifie que celles des sommets sont : $S_1(-\frac{3}{2} ; 4)$ et $S_2(-\frac{3}{2} ; 6)$
 - c) Justifie que dans le repère $(B ; \vec{i} ; \vec{j})$ une équation de (E_2) est : $\frac{4(x + 1,5)^2}{3} + (y - 5)^2 = 1$
 - d) Construis (E_2) sur la même figure que (E_1)

EXERCICE 5

Soit la fonction g dérivable sur $]0 ; +\infty[$ et définie par: $g(x) = 1 + x^2(1 - 2\ln x)$. On admet que $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty$

- 1) a) Etudie les variations de g et dresse son tableau de variation sur $]0 ; +\infty[$
b) Démontre que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique k dans $]0 ; +\infty[$
c) Justifie que $1,89 < k < 1,9$
d) Déduis-en que si $x \in]0 ; k[$ alors $g(x) > 0$ et si $x \in]k ; +\infty[$ alors $g(x) < 0$
- 2) f est la fonction dérivable sur $]0 ; +\infty[$ et définie par : $f(x) = \frac{\ln x}{1 + x^2}$
a) Calcule $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ puis interprète graphiquement les résultats
b) Justifie que $f'(x) = \frac{g(x)}{x(1 + x^2)^2}$ et dresse le tableau de variation de f .
c) Prouve que $f(k) = \frac{1}{2k^2}$ et déduis-en une valeur approchée de $f(k)$ à 0,01 près
d) Trace (C) la courbe de f dans un repère orthogonal (O ; I ; J) unité : OI = 2 cm et OJ = 4 cm

EXERCICE 6

Pour récompenser les vingt meilleurs élèves de l'EPP Affotobo le directeur de l'école sollicite le parrainage de monsieur NOEL KOFFI cadre du village. Il lui propose d'acheter les cadeaux des garçons d'une valeur de 9000F CFA l'unité et pour les filles d'une valeur de 7000 F CFA l'unité mais ne connaît pas le nombre de lauréats garçons et celui des lauréates filles. Il sait aussi qu'il y a plus de garçons lauréats que de filles lauréates.

Monsieur NOEL KOFFI lui remet une enveloppe de 200 000FCFA et lui demande avec la totalité de la somme combien de cadeaux pour les garçons et pour les filles il pourra acheter et de vérifier que tous les lauréats aient leur prix avant le jour de la cérémonie.

Le directeur incapable de répondre aux questions posées va voir son fils KEI élève en terminale C pour apporter une solution aux problèmes posés.

KEI te demande de proposer une solution argumentée basée sur tes connaissances mathématiques au programme