COLLEGE NOTRE DAME D'AFRIQUE — Collège Catholique Saint-Jean Bosco — GROUPE SCOLAIRE FLEUR de LYS Maternelle - Primaire - Secondaire

BAC BLANC : Session de Janvier 2022

EPREUVE DE : MATHEMATIQUES Série : D Durée : 4h

Cette épreuve comporte (03) pages numérotées 1/3, 2/3, et 3/3.
Chaque candidat recevra une feuille de papier millimétré.
Tout modèle de calculatrice scientifique est autorisé.

EXERCICE 1

Pour chaque énoncé, écris **Vrai** si l'énoncé est vrai ou **Faux** si l'énoncé est faux.
Aucune justification n'est demandée.

N°	Enoncé
1.	La racine 7-ième d'un nombre réel positif a se note $\sqrt{a^{\frac{1}{7}}}$.
2.	Si E et F sont deux évènements incompatibles alors E et F sont deux évènements contraires.
3.	Si $\forall x \in]-\infty; 0[$, $-2x^3 + x^2 \leq f(x)$, alors $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$.
4.	On donne l'expression : $T = x^2 - 5y^2 - 2yx^3$, alors $\frac{dT}{dx} = 2x - 6yx^2$.

EXERCICE 2

Pour chacun des énoncés incomplets du tableau ci-dessous, quatre réponses A, B, C et D sont proposées dont une seule permet d'avoir l'énoncé juste.
Ecris, sur ta feuille de copie, le numéro de l'énoncé incomplet suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

N°	Enoncé incomplet		Réponses
1	Soit f une fonction dérivable sur un intervalle ouvert K, t et s deux éléments de K tels que $t < s$. Si $-3 \leq f'(x) \leq 4$, alors ...	A	$-3(s+t) \leq f(s) - f(t) \leq 4(s+t)$
		B	$-3st \leq f(s) \times f(t) \leq 4st$
		C	$-3(s-t) \leq f(s) - f(t) \leq 4(s-t)$
		D	$-3(t-s) \leq f(t) - f(s) \leq 4(t-s)$
2	Si f est une fonction continue et strictement décroissante sur IR et si $f(-1) \times f(1) < 0$, alors...	A	f s'annule au plus une fois entre -1 et 1.
		B	f s'annule au moins une fois entre -1 et 1.
		C	f ne s'annule pas entre -1 et 1.
		D	f s'annule une seule fois entre -1 et 1
3	f et g sont deux fonctions telles que : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 2$ et $\lim\limits_{x \to 2} g(x) = -\infty$, alors ...	A	$\lim\limits_{x \to +\infty} (fog)(x) = -\infty$.
		B	$\lim\limits_{x \to +\infty} (gof)(x) = -\infty$.
		C	$\lim\limits_{x \to 2} (gof)(x) = -\infty$.
		D	$\lim\limits_{x \to +\infty} (gof)(x) = 2$.
4	Si f est dérivable sur l'intervalle $]a; b[$ et $f'_g(b) = 1$, alors f est dérivable sur ...	A	$[a; b[$
		B	$]a; b]$
		C	$[a; b]$
		D	$]a; b[$

EXERCICE 3

On considère les fonctions f et g définies sur IR par :
$f(x) = \cos x \cos 2x$ et $g(x) = \sin x \sin 2x$.
On rappelle que : pour tous réels a et b, $\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$.

1. $a)$ Détermine pour tout réel x, $(f-g)(x)$.
   $b)$ Déduis-en une primitive sur IR de $f-g$.

2. $a)$ Justifie que pour tout réel x , $(f+g)(x) = \cos x$.
   $b)$ Déduis-en une primitive sur IR de $f+g$.

3. Déduis-en les primitives sur IR des fonctions f et g.

EXERCICE 4

Pour préparer l'examen du permis de conduire, on distingue deux types de formation : la formation avec *conduite accompagnée* et la formation *traditionnelle*.
On considère un groupe de 300 personnes venant de réussir l'examen du permis de conduire.
Dans ce groupe :

- 75 personnes ont suivi une formation avec *conduite accompagnée* ; parmi elles, 50 ont réussi l'examen à la première présentation et les autres ont réussi à leur deuxième présentation.
- 225 personnes se sont présentées à l'examen suite à une formation *traditionnelle* ; parmi elles, 100 ont réussi l'examen à la première présentation, 75 à la deuxième et 50 à la troisième présentation.

On interroge au hasard une personne du groupe considéré.
On considère les évènements suivants :
A: « la personne a suivi une formation avec *conduite accompagnée* » ;
R_1: « la personne a réussi l'examen à la première présentation »;
R_2: « la personne a réussi l'examen à la deuxième présentation »;
R_3: « la personne a réussi l'examen à la troisième présentation ».

1) Modélise la situation par un arbre pondéré.
Dans les questions suivantes, les probabilités demandées seront données sous forme d'une fraction irréductible.

2. $a)$ Calcule la probabilité que la personne interrogée ait suivi une formation avec *conduite accompagnée* et réussi l'examen à sa deuxième présentation.
   $b)$ Démontre que la probabilité que la personne interrogée ait réussi l'examen à sa deuxième présentation est égale à $\frac{1}{3}$.
   $c)$ La personne interrogée a réussi l'examen à sa deuxième présentation.
   Quelle est la probabilité qu'elle ait suivi une formation avec *conduite accompagnée* ?

3. On choisit, successivement et de façon indépendante, n personnes parmi les 300 du groupe étudié, où n est un entier naturel non nul. On assimile ce choix à un tirage avec remise de n personnes parmi les 300 personnes du groupe.
On admet que la probabilité de l'évènement R_3 est égale à $\frac{1}{6}$.

$a)$ Dans le contexte de cette question, précise un évènement dont la probabilité est égale à $1 - (\frac{5}{6})^n$.

$b)$ Détermine la valeur de n pour laquelle $1 - \left(\frac{5}{6}\right)^n \geq 0{,}9$. Interprète cette valeur dans le contexte de l'exercice.

EXERCICE 5

On considère la fonction numérique f dérivable et définie sur $]0; +\infty[$ par : $f(x) = \frac{1}{x} + 2(\ln x)^2$.
On note $(\mathcal{C})$ la courbe représentative f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J).
L'unité graphique est 2 centimètres.

1. $a)$ Calcule $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x}$. Donne une interprétation graphique des résultats.

   $b)$ Justifie que la courbe $(\mathcal{C})$ admet une asymptote verticale dont on précisera une équation.

2. Soit g la fonction numérique définie sur $]0; +\infty[$ par : $g(x) = \frac{1}{x} - 4\ln x$.
   On admet qu'il existe un nombre réel α élément de l'intervalle $]1; 2[$ tel que
   $g(\alpha) = 0$ et $\begin{cases} \forall x \in]0; \alpha[, g(x) > 0 \\ \forall x \in]\alpha; +\infty[, g(x) < 0. \end{cases}$

   $a)$ Démontre que $\forall x \in]0; +\infty[, f'(x) = -\frac{g(x)}{x}$.

   $b)$ Etudie le sens de variation de f puis dresse son tableau de variation.

3. Justifie que : $\forall x \in]0; +\infty[, f(x) > 0$ puis en déduis la position relative de la courbe $(\mathcal{C})$ et l'axe des abscisses.
4. Construis $(\mathcal{C})$. (Tu prendras $\alpha = 1{,}2$ et $f(\alpha) = 0{,}9$).

EXERCICE 6

Une usine produit des pièces électroniques : 1800 pièces dont 45 pièces défectueuses et 1755 pièces non défectueuses. Elle veut vendre l'ensemble de sa production. On sait que chaque pièce coûte 7000 F à produire et à tester.

Le Directeur de l'usine a le choix entre deux types de stratégies : **la stratégie A** et la **stratégie B.** Au moment de la vente, son directeur commercial lui décrit les deux types de stratégies de la façon suivante :

« Dans **la stratégie A :** il faut compter 4000 F supplémentaires pour réparer une pièce et chaque pièce est vendue 15000 F ».

« Dans **la stratégie B :** on élimine les pièces défectueuses sans les réparer et on vend à 20000 F chaque pièce non défectueuse ».

Le Directeur veut parmi les deux types de stratégies, celle qui sera rentable pour l'entreprise.
A la recherche de personnes ressources pour guider son choix, il s'adresse à toi.
A l'aide d'une production argumentée basée sur tes connaissances mathématiques, réponds à la préoccupation du Directeur.