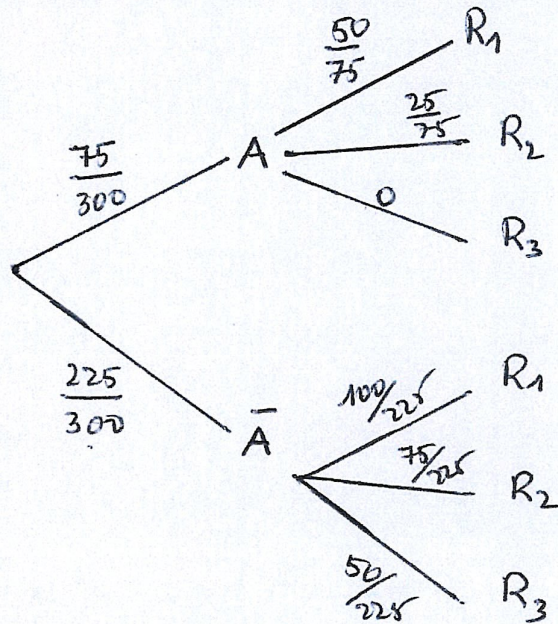


EPREUVE DE MATHÉMATIQUES
CORRIGÉ ET BAREME

CORRIGÉ	BAREME
<u>Exercice 1</u> (2 points) 1. Faux 2. Faux 3. Vrai 4. Vrai <u>Exercice 2</u> (2 points) 1. C 2. D 3. B 4. B <u>Exercice 3</u> (2,5 points) 1. a) $\forall x \in \mathbb{R}, (f-g)(x) = \cos 3x$. b) Une primitive sur $\mathbb{R}$ de $f-g$ est la fonction $x \mapsto \frac{1}{3} \sin 3x$ 2. a) $\forall x \in \mathbb{R}, (f+g)(x) = \cos(x-2x)$ $= \cos(-x)$ $= \cos x$ b) Une primitive sur $\mathbb{R}$ de $f+g$ est la fonction $x \mapsto \sin x$. 3. Soit F et G les primitives respectives de f et g sur $\mathbb{R}$. On a : $\begin{cases} F(x) - G(x) = \frac{1}{3} \sin 3x \\ F(x) + G(x) = \sin x \end{cases}$ On en déduit que : $F(x) = \frac{1}{6} \sin 3x + \frac{1}{2} \sin x + C, C \in \mathbb{R}$ $G(x) = -\frac{1}{6} \sin 3x + \frac{1}{2} \sin x + C, C \in \mathbb{R}$	4 x 0,5 pt 4 x 0,5 pt 0,25 pt 0,5 pt 0,25 pt 0,5 pt 0,5 pt 0,25 pt 0,25 pt

Exercice 4 (3,5 points)

1.



1 pt

$$2. a) P(A \cap R_2) = P(A) \times P(R_2) = \frac{1}{12}.$$

0,5 pt

$$b) P(R_2) = P(A \cap R_2) + P(\bar{A} \cap R_2) = \frac{1}{3}$$

0,5 pt

$$c) P_{R_2}(A) = \frac{P(A \cap R_2)}{P(R_2)} = \frac{1}{4}.$$

0,5 pt

3. a) l'événement de probabilité $1 - \left(\frac{5}{6}\right)^n$ est :

« au moins une personne n'a pas réussi à la première ou à la deuxième tentative ou encore

« au moins une personne a réussi l'examen à la troisième tentative ».

0,25 pt

$$b) \text{On a : } 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^n \geq 0,9 \Leftrightarrow n \geq \frac{\ln(0,1)}{\ln\left(\frac{5}{6}\right)} \approx 12,6$$

0,5 pt valeur de n

Il faut donc prendre $n = 13$ personnes sur les 300 pour que la probabilité d'en avoir une qui a réussi l'examen à sa troisième tentative soit supérieure ou égale à 0,9.

0,25 pt interprétation

Exercice 5 (5 points)

1. a) On a $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

0,5 pt

Et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$ (On pourra utiliser $\ln x = 2 \ln \sqrt{x}$)

0,5 pt

la courbe (C) admet en $+\infty$ une branche parabolique de direction celle de (OI).

0,25 pt

b) On a: $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty$ alors la courbe

2 x 0,25 pt

(C) admet une asymptote verticale d'équation $x=0$.

2. a) Justification correcte

0,5 pt

b). $\forall x \in]0, \alpha[, f'(x) < 0$

D'où f est strictement décroissante sur $]0, \alpha[$.

0,5 pt

$\forall x \in]\alpha, +\infty[, f'(x) > 0$

D'où f est strictement croissante sur $]\alpha, +\infty[$.

0,5 pt

Tableau de variation

x	0	α	$+\infty$
$f'(x)$		-	+
$f(x)$	$+\infty$	$f(\alpha)$	$+\infty$

0,5 pt

3. $\forall x \in]0, +\infty[, \frac{1}{x} > 0$ et $2(\ln x)^2 > 0$

alors $f(x) > 0$.

0,5 pt

la courbe (C) est donc au-dessus de l'axe des abscisses sur $]0, +\infty[$.

0,25 pt

4. Construction de (C)

Voir feuille annexe.

Exercice 6

Pour répondre au problème qui est posé, je vais utiliser les probabilités.

Etapes de la résolution

- Je définis X et Y les variables aléatoires donnant le gain par pièce vendue respectives dans la stratégie A et dans la stratégie B.
- Je détermine la loi de probabilité de X et de Y .
- Je calcule $E(X)$ et $E(Y)$.
- Je compare $E(X)$ et $E(Y)$. Enfin je conclus.

Résolution• Dans la stratégie A

Le coût d'une pièce est de 7000 ou 11000 F.

Chaque pièce étant vendue 15000 F, le gain est de 4000 ou 8000 F par pièce vendue.

X prend donc les valeurs 4000 et 8000.

$$\text{On a : } p(X=4000) = \frac{45}{1800} = \frac{1}{40} \text{ et}$$

$$p(X=8000) = \frac{1755}{1800} = \frac{39}{40}.$$

On résume la loi de probabilité dans le tableau suivant:

0,5 pt

(0,75)

1 indice / 5
→ 0,25 pt2 ind / 5
→ 0,5 ptA partir de
3 ind → 0,75 pt

$X=x_i$	4000	8000
$P(X=x_i)$	0,025	0,975

Par suite $E(X) = 4000 \times 0,025 + 8000 \times 0,975$

$$E(X) = 7900$$

• Dans la stratégie B

le coût d'une pièce est de 7000 F. Chaque pièce étant vendue 20000 F, on a soit un gain de 13000 F, soit une perte de 7000 F.

On resume la loi de probabilité dans le tableau suivant:

Y	-7000	13000
$P(Y=y_i)$	0,025	0,975

Par suite $E(Y) = -7000 \times 0,025 + 13000 \times 0,975$

$$E(Y) = 12500.$$

Comme $E(Y) > E(X)$ alors la stratégie B est rentable pour l'entreprise.

Critères	Indicateurs	Barème
CM1 : Pertinence	• <u>Annonce du titre de la leçon</u> • <u>Etapes de la résolution</u>	(0,75 point) 1 ind / 5 $\rightarrow$ 0,25 2 ind / 5 $\rightarrow$ 0,5 A partir de 3 ind / 5 $\rightarrow$ 0,75
CM2 : Utilisation correcte des outils mathématiques en situation	<u>Dans la stratégie A</u> • Valeurs de X • Calcul de $P(X=4000)$ et $P(X=8000)$ • loi de probabilité de X • Calcul de $E(X)$. <u>Dans la stratégie B</u> • Valeurs de Y • Calcul de $P(Y=-7000)$ et $P(Y=13000)$ • loi de probabilité de Y • Calcul de $E(X)$.	(2,5 pts). 1 ind / 8 $\rightarrow$ 0,5 2 ind / 8 $\rightarrow$ 1 3 ind / 8 $\rightarrow$ 1,25 4 ind / 8 $\rightarrow$ 1,75 5 ind / 8 $\rightarrow$ 2 A partir de 6 ind / 8 $\rightarrow$ 2,5
CM3 : Cohérence de la réponse	<u>Interprétation et cohérence des résultats</u> • Comparaison des deux espérances mathématiques $E(Y) > E(X)$. Donc la stratégie B est plus rentable que la stratégie A • Je conseille au directeur le choix de la stratégie B • la qualité des enchaînements	(1,25 pts). 1 ind / 3 $\rightarrow$ 0,75 A partir de 2 ind sur 3 $\rightarrow$ 1,25.

CP Critères de perfectionnement.	• Présence des titres, des étapes, pas de ratures et de surcharge • Production juste en peu de mots (esprit de synthèse) • Démarche correcte	(0,5 pt) 1 ind / 3 → 0,25 A partir de 2 ind sur 3 → 0,5.
--	--	---

Femelle annexe

8/8

