

MATHÉMATIQUES

SERIE A2

*Cette épreuve comporte deux (2) pages numérotées 1/2 et 2/2.
 L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.*

EXERCICE 1 (2 points)

Recopie le numéro de chacune des affirmations ci-dessous suivi de **VRAIE** si elle est vraie ou de **FAUX** si elle est fausse.

- 1) La fonction \ln est définie sur \mathbb{R} .
- 2) Pour tout nombre réel x strictement positif, $\ln x > 0$.
- 3) La dérivée sur $]0; +\infty[$ de la fonction $x \mapsto \ln x$ est la fonction $x \mapsto \frac{1}{x}$.
- 4) Une équation de la tangente en un point d'abscisse a , à la courbe représentative d'une fonction f dérivable en a est $y = f'(a)(x - a) + f(a)$.

EXERCICE 2 (2 points)

Pour chacun des énoncés incomplets du tableau ci-dessous, trois (03) réponses A, B et C sont proposées dont une seule permet d'avoir l'énoncé juste.

Ecrit sur ta feuille de copie le numéro de l'énoncé incomplet suivi de la lettre correspondante à l'énoncé complet et juste.

N°	Énoncé incomplet	Réponses	
1	La probabilité d'un évènement appartient à l'intervalle	A	$[0; 1[$.
		B	$[0; 1]$.
		C	$[1; +\infty[$.
2	Soient A et B deux évènements de l'univers Ω d'une expérience aléatoire. Si $A \cap B = \emptyset$ alors	A	Les évènements A et B sont incompatibles.
		B	Les évènements A et B sont contraires.
		C	Les évènements A et B sont incertains.
3	Soient A un évènement de l'univers Ω d'une expérience aléatoire ; \bar{A} l'évènement contraire de A. On a :	A	$P(A) + P(\bar{A}) = 0$.
		B	$P(A) - P(\bar{A}) = 1$.
		C	$P(A) + P(\bar{A}) = 1$.
4	Soient A et B deux évènements de l'univers Ω d'une expérience aléatoire. Si $P(A) = 0,2$; $P(B) = 0,6$ et $P(A \cap B) = 0,1$ alors $P(A \cup B)$ est égale à	A	0,7.
		B	0,8.
		C	0,9.

EXERCICE 3 (4 points)

Une urne contient quatre boules vertes et trois boules noires toutes indiscernables au toucher. On tire au hasard et simultanément quatre boules de l'urne.

- 1) Justifie que le nombre de tirage possibles est 35.

2) On considère les évènements suivants :

A : « le tirage contient autant de boules vertes que de boules noires » ;

B : « le tirage contient au moins deux boules noires » ;

C : « le tirage contient des boules de même couleur ».

a) Justifie que $P(A) = \frac{18}{35}$;

b) Calcule $P(B)$;

c) Calcule $P(C)$.

EXERCICE 4 (7 points)

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x - 2 + e^x$.

On désigne par (\mathcal{C}) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; I; J)$ d'unité 1 cm.

1) Justifie que $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.

2) On admet que f est dérivable sur \mathbb{R} .

a) Détermine l'expression de la fonction dérivée f' de la fonction f ;

b) Justifie que f est strictement croissante sur \mathbb{R} ;

c) Dresse le tableau de variation de f .

3)

a) Démontre que l'équation $x \in [0; 1], f(x) = 0$ admet une solution unique α ;

b) Justifie que $0,44 < \alpha < 0,45$.

4) Soit la droite (D) d'équation $y = x - 2$

a) Justifie que pour tout nombre réel $x, f(x) - (x - 2) = e^x$;

b) En déduis que (D) est une asymptote à (\mathcal{C}) en $-\infty$;

c) Etudie la position relative de (\mathcal{C}) par rapport à (D) .

5)

a) Recopie puis complète le tableau de valeurs ci-dessous (on donnera l'arrondi d'ordre 1 des résultats).

x	-3	-2	-1	0	0,5	1	1,5	2
f(x)	-5		-2,6	-1		1,7	4	

b) Construis (D) et (\mathcal{C}) .

EXERCICE 5 (5 points)

Une entreprise de la place produit et commercialise des flacons de parfum. Pendant les périodes de fêtes, cette entreprise produit entre 1 et 9 cartons de ces flacons par jour. Toute sa production quotidienne est écoulee durant ces périodes.

Le bénéfice total (exprimé en milliers de FCFA) réalisé pour la production et la vente de x cartons de flacons en un jour est modélisé par la fonction B définie sur $[1; 9]$ par : $B(x) = \frac{4}{3}x^3 - 48x^2 + 432x - 200$.

Ton oncle qui est le directeur général de cette entreprise est soucieux de connaître le nombre de cartons qui maximise le bénéfice de l'entreprise pendant les périodes de fêtes. N'ayant pas de personnel qualifié, il sollicite ton aide.

A l'aide d'une production argumentée basée sur tes connaissances mathématiques, détermine le nombre de cartons qui maximise le bénéfice de l'entreprise pendant les périodes de fêtes puis donne le bénéfice maximal.