BACCALAUREAT BLANC REGIONAL **COEFFICIENT: 4**
SESSION D'AVRIL 2022 **DUREE : 04 H**

MATHEMATIQUES

SERIE D

Cette épreuve comporte trois (3) pages numérotées 1/3, 2/3 et 3/3.
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.

EXERCICE 1 **(2 points)**

Recopie le numéro de chacune des affirmations ci-dessous suivi de **VRAIE** si elle est vraie ou de **FAUX** si elle est fausse.

1) Si $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$ alors la courbe représentative de f dans un repère orthogonal admet en $+\infty$ une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées.
2) Toute fonction numérique définie sur un intervalle K admet une primitive sur K.
3) Soit f une fonction continue sur un intervalle K et F une fonction dérivable sur K.
   Si pour tout nombre réel x de K, $F'(x) = f(x)$ alors la fonction f est une primitive de la fonction F sur K.
4) a étant un nombre réel tel que $0 < a < 1$, la fonction $x \mapsto a^x$ est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.

EXERCICE 2 **(2 points)**

Pour chacun des énoncés incomplets du tableau ci-dessous, trois (03) réponses A, B et C sont proposées dont une seule permet d'avoir l'énoncé juste.
Ecrit sur ta feuille de copie le numéro de l'énoncé incomplet suivi de la lettre correspondante à l'énoncé complet et juste.

N⁰	Enoncé incomplet	Réponses	
1	Deux évènements A et B de l'univers Ω d'une expérience aléatoire sont indépendants lorsque	A	$P_B(A) = P(B)$.
		B	$P(A \cup B) = P(A) \times P(B)$.
		C	$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$.
2	Soit X une variable aléatoire dont la loi de probabilité est donnée par le tableau ci-dessous : $X = x_i$: -5, 0, 5 $P(X = x_i)$: 0,2, 0,3, 0,5 L'espérance mathématique de X est	A	$E(X) = 1$.
		B	$E(X) = 1{,}5$.
		C	$E(X) = 0$.
3	Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$ l'ensemble des points M(z) tels que $\lvert z - 3i\rvert = 4$ est	A	la médiatrice du segment [AB] avec A(3i) et B(4).
		B	Le cercle de centre A(3i) et de rayon 4.
		C	Le cercle de centre B(4) de rayon 3.
4	z étant un nombre complexe non nul de module $r = 2$ et dont un argument est $\theta = \frac{\pi}{3}$, la forme algébrique de z est	A	$2 + i$.
		B	$1 + \sqrt{3}i$.
		C	$\sqrt{3} + i$.

EXERCICE 3 **(2,75 points)**

1) Soit la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par : $h(x) = |x(x^2 - 1)|$.
   a) Justifie que :
   $\forall x \in]-\infty; -1[\cup]0; 1[, h(x) = -x(x^2 - 1)$ et $\forall x \in [-1; 0] \cup [1; +\infty[, h(x) = x(x^2 - 1)$;
   b) Etudie la dérivabilité de h en 1.

2) On considère la fonction g dérivable et définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = -x(x^2 - 1)$.
   a) Justifie que $\forall x \in [0; 1], -2 \leq g'(x) \leq -1$;
   b) En utilisant le théorème des inégalités des accroissements finis, démontre que :
   $\forall x \in [0; 1], -2x \leq g(x) \leq x$.

EXERCICE 4 **(2,75 points)**

Cet exercice comporte deux (2) parties A et B. toutes les probabilités seront données sous forme décimale à 10^{-3} *près.*

Pour une meilleure sensibilisation de la population contre la COVID 19, dans la région du Tchologo à quelques jours des congés de paques, le service des statistiques de l'association des centres de santé de la région s'est procuré les résultats d'une enquête menée après congés de Noël 2021 sur le taux de prévalence à la COVID 19 dans une commune d'Abidjan.

Ces résultats ont révélé que pendant les congés de Noël 2021,

- 30% de la population a respecté les mesures barrières ;
- parmi les personnes ayant respectées les mesures barrières, 5% a été testé positif à la COVID 19 ;
- tandis que 12% de l'ensemble des individus de la population de cette commue a été testé positif à la maladie.

Partie A

On choisit au hasard un individu de la population de cette commue et on considère les évènements suivants :

B : « l'individu choisi a respecté les mesures barrières pendant les congés de Noël» ;

C : « l'individu choisi a été testé positif à la COVID 19 pendant les congés de Noël ».

1) Traduis cette situation par un arbre pondéré.
2)
   a) Calcule la probabilité que l'individu choisi a respecté les mesures barrières et a été testé positif à la COVID 19 ;
   b) Démontre que la probabilité de l'évènement $\overline{B} \cap C$ est égale à 0,105 ;
   c) On choisit un individu qui n'a pas respecté les mesures barrières,
   calcule la probabilité qu'il ait été testé positif à la COVID 19.

3) On constate que l'individu choisi a été testé positif à la COVID 19.
   Calcule la probabilité que celui-ci ait respecté les mesures arrieres.

Partie B

On choisit n individus de la population précédente (n étant un nombre entier supérieur ou égale à 10).

1) On note P_n la probabilité qu'il y ait au moins un individu ayant été testé positif à la COVID 19.
   Justifie que $P_n = 1 - (0{,}88)^n$.
2) Détermine la valeur minimale de n pour que $P_n > 0{,}99$.

EXERCICE 5 **(5,5 points)**

Partie A

On donne ci-dessous le tableau de variation de la fonction g définie sur $]0;+\infty[$ par: $g(x) = 1 + \frac{1}{x} - \ln x$.

x	0	$-\infty$
$g'(x)$	$-$	
$g(x)$	$+\infty$ ↘	$-\infty$

1) Démontre que l'équation $x \in]0;+\infty[, g(x) = 0$ admet une solution unique α et que $3{,}5 < \alpha < 3{,}6$.
2) Justifie que $\forall x \in]0;\alpha[, g(x) > 0$ et $\forall x \in]\alpha;+\infty[, g(x) < 0$.

Partie B

On considère la fonction f définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x) = 100e^{-x}(-1 + \ln x)$. On note $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J), d'unité 1 cm.

1) Calcule les limites de f en 0 et en $+\infty$ puis interprète graphiquement les résultats obtenus.
2)
   a) Démontre que $\forall x \in]0;+\infty[, f'(x) = 100e^{-x}g(x)$;
   b) Etudie les variations de f puis dresse son tableau de variation.
3) Détermine les coordonnées du point A, intersection de $(\mathcal{C})$ avec l'axe (OI).
4) Démontre que $f(\alpha) = \frac{100}{\alpha e^{\alpha}}$.
5) Construis la courbe $(\mathcal{C})$.

EXERCICE 6 **(5 points)**

Le sous-préfet d'une localité de la région du Tchologo a sollicité et obtenu du ministère de l'hydraulique, la construction d'un château d'eau dans sa localité.

Une étude du terrain a permis de retenir à l'échelle $1/10000$ que :

- Le château devra être construit en un endroit C qui doit former avec le centre de santé représenté par un point S, l'école primaire représentée par un point E, et le Lycée Moderne représenté par un point L, un quadrilatère particulier ;
- Les affixes des sommets du ce quadrilatère sont les solutions de l'équation :
  $z \in \mathbb{C}, (z^2 + 8i)(z^2 - (8 + 8i)z + 40i) = 0$;
- Les affixes z_C, z_L et z_E respectivement des points C, L et E sont telles que :
  $\Re e(z_C) > 0$; $\Re e(z_L) > 0$; $\Re e(z_E) > 0$ et $\Im m(z_C) > \Im m(z_L) > \Im m(z_E)$;
- La partie réelle de l'affixe z_S du point S est telle que $\Re e(z_S) < 0$.

Tu es le protégé du sous-préfet et tu as reçu de la part de celui-ci les informations relatives à la construction du château. Il te demande de faire le plan du dispositif Château - Centre de Santé - Ecole Primaire - Lycée Moderne afin de lui permettre de mieux l'apprécier.

A l'aide d'une production augmentée basée sur tes connaissances mathématiques, construis dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$ (unité 1 cm), le quadrilatère CSEL puis déterminer sa nature.