

CORRECTION

BAREME

EXERCICE 1

(2 points)

1 - VRAI

2 - FAUX

3 - FAUX

4 - VRAI

EXERCICE 2

(2 points)

1 - A

2 - B

3 - B

4 - C

EXERCICE 3

(5 points)

Le tirage se fait successivement et sans remise, il s'agit donc de l'arrangement.

Soit Ω l'univers: $\text{Card}(\Omega) = A_9^3 = 9 \times 8 \times 7$

$$\text{Card}(\Omega) = 504$$

1) Soit A: « Ne tirer que 3 jetons verts ».

$$\text{Card}(A) = A_5^3 = 5 \times 4 \times 3 \Leftrightarrow \text{Card}(A) = 60$$

$$P(A) = \frac{\text{Card}(A)}{\text{Card}(\Omega)} \Leftrightarrow P(A) = \frac{60}{504}$$

$$P(A) = \frac{5}{42}$$

2) B: « Ne tirer aucun jeton vert ».

$$\text{Card}(B) = A_4^3 = 4 \times 3 \times 2 \Leftrightarrow \text{Card}(B) = 24$$

$$P(B) = \frac{\text{Card}(B)}{\text{Card}(\Omega)} \Leftrightarrow P(B) = \frac{24}{504}$$

$$P(B) = \frac{1}{21}$$

3) Soit C: « Tirer au plus 2 jetons verts ».

$$\text{Card}(C) = A_4^3 + C_3^1 \times A_5^1 \times A_4^2 + C_3^2 \times A_5^2 \times A_4^1$$

$$\text{Card}(C) = 24 + 180 + 240 \Leftrightarrow \text{Card}(C) = 444$$

$$P(C) = \frac{\text{Card}(C)}{\text{Card}(\Omega)} \Leftrightarrow P(C) = \frac{444}{504}$$

$$P(C) = \frac{37}{42}$$

0,1

0,21

0,75

0,25

0,75

0,5

0,11

CORRECTION

BAREME

EXERCICE 3 (Suite et Fin)

4) Il s'agit de la Combinaison.
soit D: 4 tirés exactement 1 jeton vert.

soit Ω' l'univers

$$\text{Card}(\Omega') = C_9^3 \Leftrightarrow \text{Card}(\Omega') = 84$$

$$\text{Card}(D) = C_1^1 \times C_4^2 \quad \text{Card}(D) = 5 \times 6 \quad \text{Card}(D) = 30$$

$$P(D) = \frac{\text{Card}(D)}{\text{Card}(\Omega')} \Leftrightarrow P(D) = \frac{30}{84}$$

$$P(D) = \frac{5}{14}$$

0,5
10,5
10,5

EXERCICE 4

(6 points)

On donne $f(x) = x+2 - \ln x$

1. Déterminons l'ensemble de définition de f

$$x \in D_f \Leftrightarrow x > 0$$

$$\text{donc } D_f =]0; +\infty[.$$

2) a- Calculons $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x+2 - \ln x$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(1 + \frac{2}{x} - \frac{\ln x}{x} \right)$$

$$= +\infty \text{ car } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} 1 + \frac{2}{x} = 1 \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0 \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty \end{cases}$$

Donc

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

0,5

0,5

0,5

CORRECTION

BAREME

EXERCICE 4 (suite)

$$\lim_{n \rightarrow 0} f(n) = \lim_{n \rightarrow 0} n+2 - \ln n$$

$$= +\infty \text{ car } \begin{cases} \lim_{n \rightarrow 0} n+2 = 2 \\ \lim_{n \rightarrow 0} \ln n = -\infty \end{cases}$$

Donc $\boxed{\lim_{n \rightarrow 0} f(n) = +\infty}$

b) Interpretation graphique:

$\lim_{n \rightarrow 0} f(n) = +\infty$, donc la droite (OJ) d'équation d'équation $n=0$ est une asymptote verticale à C_f .

3) a. Justifions que $\forall n \in]0; +\infty[$, $f'(n) = \frac{n-1}{n}$

f est dérivable sur $]0; +\infty[$

$$\forall n \in]0; +\infty[, f'(n) = (n+2 - \ln n)'$$

$$= 1 - \frac{1}{n}$$

$$= \frac{n-1}{n}$$

d'où $\forall n \in]0; +\infty[, f'(n) = \frac{n-1}{n}$.

b) Étudions le signe de $f'(n)$

$\forall n \in]0; +\infty[, n > 0$, donc le signe de $f'(n)$ est celui de $n-1$

$$n-1=0 \Leftrightarrow n=1$$

n	0	1	$+\infty$
$f'(n)$		-	+

0,11

0,11

0,11

CORRECTION

BAREMES

EXERCICE 4 (suite et fin).

- $\forall x \in]0; 1[, f'(x) < 0$
- $\forall x \in]1; +\infty[, f'(x) > 0$

4) Le sens de variation de f

- f est strictement décroissante sur $]0; 1[$
- f est strictement croissante sur $]1; +\infty[$.

Tableau de variation de f

x	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$+\infty$	3	$+\infty$

$$f(1) = 1 + 2 - \ln 1 = 3 - 0 \text{ donc } f(1) = 3$$

5) Le Tableau de valeurs de f

x	0,25	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
Arrondi d'ordre 1 de $f(x)$	3,6	3,2	3	3,1	3,3	3,6	3,9	4,2	4,6

Construction (voir feuille Annexe).

CORRECTION

BAREMES

EXERCICE 6

(5 points)

Pour aider mon ami gestionnaire de la boulangerie, je vais étudier la fonction f pour trouver son maximum sur $[100; 600]$. Pour cela, je vais

- dériver la fonction;
- Étudier le signe de la dérivée
- Donner son sens de variation puis dresser son tableau de variation

• Déterminons la dérivée de f

f est dérivable sur $[100; 600]$.

$$\begin{aligned}\forall x \in [100; 600], f'(x) &= (-x \ln x + 7x)' \\ &= -\ln x + \frac{1}{x}x(-x) + 7 \\ &= -\ln x - 1 + 7\end{aligned}$$

$$\forall x \in [100; 600], f'(x) = -\ln x + 6$$

• Étudions le signe de la dérivée

$$f'(x) > 0 \Leftrightarrow -\ln x + 6 > 0$$

$$\Leftrightarrow -\ln x > -6$$

$$\Leftrightarrow \ln x < 6$$

$$\Leftrightarrow x < e^6$$

$$\text{Donc } \begin{cases} \forall x \in [100; e^6[, f'(x) > 0 \\ \forall x \in]e^6, 600], f'(x) < 0 \end{cases}$$

• Sens de variation de f

f est strictement croissante sur $[100; e^6[$

f est strictement décroissante sur $]e^6; 600]$

CORRECTION

BAREME

.. Dressons le tableau de variation de f

x	100	e^6	600
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	240	404	362

D'après l'étude f admet pour 404 sur $[100; 600]$ atteint en e^6 .

Donc le nombre de pains à produire pour obtenir le bénéfice maximal est e^6 c'est à dire environ 404 pains.

GRILLE DE NOTATION (EXERCICE 6)

CRITERES	INDICATEURS DE PERFORMANCE	BAREME DE NOTATION
CM 1	- Je vais déterminer le maximum de f sur $[100; 600]$ - Présence de la dérivée - Présence de l'étude du signe de la dérivée - Présence de sens de variation - Présence de Tableau de variation - Présence de maximum	$1I/6 \rightarrow 0,25$ $2I/6 \rightarrow 0,5$ $3I/6 \rightarrow 0,75$
CM 2	- Respect des étapes de la méthode - dérivée Correcte - Extrémum Correcte: $x = e^6$ - signe de la dérivée Correcte: - sens de variation correcte - Tableau de variation Correcte	$1I/6 \rightarrow 0,5$ $2I/6 \rightarrow 1$ $3I/6 \rightarrow 2$ $4I/6 \rightarrow 2,5$
CM 3	- Bonne interprétation - résultat attendu Correct: Il faut environ 404 pains pour obtenir le bénéfice maximal.	$1I/2 \rightarrow 0,75$ $2I/2 \rightarrow 1,25$
CP	- Concision - Originalité - Présentation	$1I/3 \rightarrow 0,25$ $2I/3 \rightarrow 0,5$

0,75 pt

2,5 pts

1,25 pts

0,25