BACCALAUREAT BLANC **SERIE : D**

SESSION : AVRIL 2022 **COEFFICIENT : 4**

DUREE : 4 H

MATHEMATIQUES

EXERCICE 1

Sur ta copie, recopie le **numéro** de chaque affirmation suivi de **VRAI** si elle est vraie ou **FAUX** si elle est fausse.

1) Si A et B sont deux évènements indépendants d'un univers Ω muni d'une probabilité P, alors $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$.
2) La fonction $x \longmapsto \cos x$ est une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction $x \longmapsto -\sin x$
3) Les nombres $\ln(\sqrt{e^7}) + \frac{\ln(e^9)}{\ln(e^2)}$ et $\frac{e^{\ln 2+\ln 3}}{e^{\ln 3-\ln 4}}$ sont égaux.
4) Les racines carrées du nombre complexe $16i-12$ sont $\delta_1 = 2+4i$ et $\delta_2 = -2-4i$

EXERCICE 2

Pour chacune des affirmations suivantes, trois réponses **A** ; **B** et **C** sont proposées dont une seule est vraie. Recopie le **numéro** de chaque affirmation suivi de la **lettre** correspondant à la bonne réponse.

1) L'ensemble des solutions, dans $\mathbb{R}$, de l'équation : $\ln(x-1)-\ln(x+2)=\ln 4$ est :

   A : le singleton $\{-3\}$ **B** : l'ensemble vide **C** : l'intervalle $]-2;1[$

2) Une primitive sur $]0;+\infty[$ de la fonction h définie par : $h(x)=\frac{1-\ln(2x)+x^2e^{-x}}{x^2}$ est la fonction H définie par :

   A : $H(x)=1+e^{-x}+\frac{\ln(2x)}{x}$ **B** : $H(x)=1-e^{-x}+\frac{\ln(2x)}{x}$ **C** : $H(x)=\frac{\ln(2x)}{x}-e^{-x}$

3) Le nombre complexe $(2i-3)(2-3i)$ a pour forme algébrique

   A : $4+9i$ **B** : $13i$ **C** : $-6-6i$

4) Le nombre complexe $2\sqrt{3}-2i$ a pour argument principal

   A : $-\frac{\pi}{3}$ **B** : $-\frac{\pi}{6}$ **C** : $\frac{\pi}{6}$

EXERCICE 3

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct (O ; I ; J), ***Unité graphique : 2 cm***.

On considère, dans $\mathbb{C}$, le polynôme : $P(z) = z^3 - 2iz^2 + (4+4i)z + 16 + 16i$.

1) Résous dans ℂ, l'équation (E) : $z^2 - 2(1+i)z + 8(1+i) = 0$.
2) a) Vérifie que : $P(z) = (z+2)(z^2 - 2(1+i)z + 8(1+i))$.

   b) Déduis-en les solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation $P(z) = 0$.
3) On considère les points A ; B *et* C d'affixes respectives -2 ; $4i$ et $2-2i$.

   a) Place A, B, et C dans le repère orthonormé direct (O ; I ; J).

   b) Démontre que le triangle ABC est isocèle et rectangle en A.
4) Soit D le point d'affixe $4+2i$ et S la similitude directe de centre A qui transforme B en D.

   a) Justifie que S a pour écriture complexe : $z' = (1-i)z - 2i$.

   b) Détermine les affixes des points C' et D', images respectives des points C et D par S.

   c) K étant le milieu du segment [AD] ; Construis le point E image de K par S.

EXERCICE 4

On considère la fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (1-x^2)e^{1-x}$.

On note (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) d'unité graphique 2 cm.

1) Calcule $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ puis interprète graphiquement le résultat obtenu.
2) Calcule $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim_{x\to-\infty} \dfrac{f(x)}{x}$ puis interprète graphiquement ces résultats.
3) a) Démontre que : $\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) = (x^2 - 2x - 1)e^{1-x}$; où f' désigne la dérivée de f.

   b) Etudie le sens de variation de f puis dresse son tableau de variations.
4) Détermine une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 1.
5) Trace (T) et (C) dans le même repère. On donne : $f(1-\sqrt{2}) \simeq 3,4$ et $f(1+\sqrt{2}) \simeq -1,2$

EXERCICE 5

Une compagnie d'assurance repartit ses clients en trois classes : les bons risques R_1, les risques moyens R_2 et les mauvais risques R_3.

Les classes R_1 ; R_2 et R_3 représentent respectivement 20%, 50% et 30% de la clientèle.

Les statistiques indiquent que les probabilités d'avoir un accident au cours de l'année pour un client de l'une de ces trois classes sont respectivement de : $0,05$; $0,15$ et $0,30$.

On choisit au hasard un client de cette compagnie et on considère les événements :

- R_1 : « le client choisi est un bon risque » ;
- R_2 : « le client choisi est un risque moyen » ;
- R_3 : « le client choisi est un mauvais risque » ;
- A : « le client choisi a eu un accident au cours de l'année ».

1) a) Traduis les données par un arbre de probabilité.
   b) Calcule la probabilité pour que le client choisi soit un bon risque ayant eu un accident.
   c) Justifie que la probabilité pour que le client choisi ait un accident au cours de l'année est égale $0,175$.
2) Le client choisi n'a pas eu d'accident cette année.
   Calcule la probabilité qu'il soit un mauvais risque.
3) On choisit au hasard un échantillon de 5 clients de cette compagnie.
   On désigne par X la variable aléatoire égale au nombre de clients, de l'échantillon choisi, ayant eu un accident au cours de l'année.
   a) Justifie que X suit une loi binomiale dont tu préciseras les paramètres.
   b) Calcule l'espérance mathématique de X puis interprète le résultat obtenu.

EXERCICE 6

L'entreprise E-SAVANE, dans la région de la Bagoué, réalise un chiffre d'affaires d'un million l'année de sa mise en activité. Au fil des années, ce chiffre d'affaires, exprimé en millions de francs, a été modélisé par la fonction C définie par : $C(x) = 3x + 2,05 - 1,5^x$, où x est le rang de l'année.

Le directeur général veut savoir en quelles années son entreprise connaitra une période de gloire et éventuellement une période d'endettement. En tant que élève de terminale scientifique et fils du directeur général, il te soumet le problème.

A l'aide d'une production argumentée, détermine ces deux dates clés de l'entreprise familiale.