BAC BLANC
SESSION MARS 2022

Coefficient : 4
Durée : 04 heures

MATHEMATIQUES

SERIE D

Cette épreuve comporte trois (03) pages numérotées 1/3, 2/3 et 3/3.
Tout modèle de calculatrice scientifique est autorisé.
Les tables trigonométriques, logarithmiques et les règles de calculs sont aussi autorisées.
Chaque candidat recevra deux (02) feuilles de papiers millimétrés.

Exercice 1 (2 points)

Ecris sur ta copie le numéro de chacune des affirmations ci-dessous, suivi de vrai si l'affirmation est vraie ou faux si l'affirmation est fausse.
Par exemple, pour l'affirmation 1, la réponse est : 1-Faux

N°	Affirmations
1	Si une fonction f est continue sur un intervalle K, alors la fonction f est dérivable sur K
2	La fonction logarithme népérien ln est strictement croissante sur $]0;+\infty[$
3	S'il existe un nombre réel l, une fonction g et un intervalle $]a;\ +\infty[$ tels que : $\forall x \in]a;+\infty[, \lvert f(x)-l\rvert \leq g(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=0$, alors $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$
4	f étant une fonction dérivable sur un intervalle I, s'il existe un nombre réel m tel que $\forall x \in I, \lvert f'(x)\rvert \leq m,$ alors pour tous nombres réels $a\ et\ b$ de I, on a : $\lvert f(b)-f(a)\rvert \geq m\lvert b-a\rvert$
5	X étant une variable aléatoire suivant une loi binomiale de paramètres $n=5$ et $p=0{,}5$ alors on a $V(x)=1{,}25$

Exercice 2 (2 points)

Pour chacune des affirmations incomplètes du tableau ci-dessous quatre réponses A, B, C et D sont proposées et seule permet d'avoir l'affirmation juste. Ecris sur ta feuille de copie le numéro l'affirmation suivi de la lettre correspondant à la réponse juste. Par exemple, pour la ligne 1, la réponse est $1-C$.

N°	Affirmations incomplètes	Lettres	Réponses
1	L'ensemble des solutions de l'équation $(E): ln[(x-1)^2]=-1$ est…	A	$S_{(E)}=\{1+e\}$
		B	$S_{(E)}=\{1-e\}$
		C	$S_{(E)}=\left\{1+e^{-\frac{1}{2}};1-e^{-\frac{1}{2}}\right\}$
		D	$S_{(E)}=\left\{1-e^{\frac{1}{2}}\right\}$
2	Une primitive sur $]-\infty;1[$ de la fonction f définie par $f(x)=\frac{5}{1-x}$ est …	A	$F(x)=1-\ln(1-x)$
		B	$F(x)=1-5\ln(1-x)$
		C	$F(x)=\frac{1}{5}\ln(1-x)$
		D	$F(x)=5\ln(1-x)$
3	Le nombre complexe $-\sqrt{2}i+7$ a pour partie imaginaire…	A	7
		B	$-\sqrt{2}$
		C	$-\sqrt{2}\,i$
		D	$-7\sqrt{2}$

<table>
<tr><td rowspan="4">4</td><td rowspan="4">On donne la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ dont le tableau de variation est le suivant :
<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>1</td><td></td><td>3</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>$+\infty$</td><td>↘</td><td>-1</td><td>↗</td><td>2</td><td>↘</td><td>$-\infty$</td></tr></table>
L'équation $f(x) = 0$ admet…</td><td>A</td><td>Une solution unique sur $\mathbb{R}$</td></tr>
<tr><td>B</td><td>Deux solutions sur $\mathbb{R}$</td></tr>
<tr><td>C</td><td>Trois solutions sur $\mathbb{R}$</td></tr>
<tr><td>D</td><td>Quatre solutions sur $\mathbb{R}$</td></tr>
<tr><td rowspan="4">5</td><td rowspan="4">P étant une probabilité définie sur un univers Ω, $A\ et\ B$ deux évènements indépendants tels que $P(A) = \frac{3}{4}\ et$
$P(B) = \frac{1}{6}$ on a $P(A \cap B)$ est égale à…</td><td>A</td><td>$\frac{1}{8}$</td></tr>
<tr><td>B</td><td>$\frac{2}{3}$</td></tr>
<tr><td>C</td><td>$\frac{11}{12}$</td></tr>
<tr><td>D</td><td>$\frac{22}{24}$</td></tr>
</table>

Exercice 3 (3 points)

1) Vérifie que pour tout nombre complexe $z, z^4 - 3z^2 - 4 = (z^2 + 1)(z^2 - 4)$
2) Résous dans $\mathbb{C}$ l'équation (E): $z^4 - 3z^2 - 4 = 0$.
3) Place les points $A, B, C\ et\ D$ d'affixes respectives : i; -2; $-i\ et\ 2$ dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé (O, I, J). L'unité graphique est le centimètre.
4) Démontre que le quadrilatère $ABCD$ est un losange.

Exercice 4 (4 points)

Une entreprise organise un test de recrutement. Ce test sous forme d'un questionnaire à choix multiples, consiste à répondre à trois questions $A, B\ et\ C$ dans cet ordre. La question A comporte trois réponse dont une seule est juste, la question B comporte cinq réponses dont une seule est juste et la question C comporte cinq réponses dont deux sont justes. Chaque candidat à ce test doit choisir une seule réponse par question et lorsque la réponse à une question est fausse, le candidat échoue au test sinon il continue jusqu'à la question C.

1)
   a. Fais un arbre de probabilité décrivant cette situation.
   b. Cette entreprise décide de garder les candidats qui auront répondu juste aux trois questions. Soit l'évènement R : « Le candidat est retenu ».
   Justifie que $P(R) = \frac{2}{75}$
2) Cette entreprise décide d'attribuer 3 points à chaque réponse juste et -2 points pour chaque réponse fausse.
   On désigne par X la variable aléatoire qui à chaque candidat associe les points marqués.
   a. Détermine les valeurs de la variable aléatoire X.
   b. Etablis la loi de probabilité de X.
   c. Calcule l'espérance mathématique $E(X)\ de\ X$.
3) Ce test est ouvert à n candidats distincts (n est un entier naturel non nul). Soit Y la variable aléatoire égale au nombre de candidats retenus sur les n candidats distincts.
   a. Justifie que la probabilité pour qu'au moins un candidat soit retenu est

$P_n = 1 - \left(\frac{73}{75}\right)^n$.

b. Détermine la valeur minimale n_0 de n pour que $P_n \geq 0{,}999$.

Exercice 5 (4 points)

On donne la fonction numérique f dérivable sur $\mathbb{R}$ et définie par $f(x) = x(x+2)e^{x+2}$.
Soit (C) la représentation graphique de f dans le plan muni du repère orthonormé (O,I,J) d'unité 1cm.

1.
    a) Détermine $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.
    b) Démontre que $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$.
    c) Interprète graphiquement les résultats ci-dessus.
2.
    a) Calcule $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$
    b) Interprète graphiquement ce résultat.
3. Vérifie que $\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) = (x^2 + 4x + 2)e^{x+2}$.
4.
    a) Etudie les variations de f.
    b) Dresse le tableau de variation de f.
5.
    a) Justifie qu'une équation de la tangente (T) à la courbe (C) au point d'abscisse -2 est $y = -2x - 4$.
    b) Construis $(T) et\ (C)$ dans le plan muni du repère (O,I,J).

Exercice 6 (5 points)

Un pâtissier commercialise des glaces d'un même type très prisées par les consommateurs. Il peut en produire entre 100 et 300 par jour dans sa petite entreprise. On suppose que cette production est vendue dans sa totalité.
Le bénéfice journalier, exprimé en milliers de francs réalisé pour la production et la vente de x centaines de glaces est modelisé sur l'intervalle $[1;3]$ par la fonction B dont la dérivée B' est définie par $B'(x) = -20x + 30$. Pour une centaine de glaces vendues, son bénéfice est 20 mille francs CFA.
Ce pâtissier voulant accroître le bénéfice de l'entreprise et n'ayant pas de personnel qualifié, te demande le nombre de glaces à produire en un jour, pour que l'entreprise réalise un bénéfice maximal.
A l'aide d'une production argumentée répond à la préoccupation du pâtissier.