

CORRECTION DU BAC 2016 MATHÉMATIQUES série A2

EXERCICE 1

On considère la fonction polynôme P définie par : $P(x) = 2x^3 + x^2 - 5x + 2$

1) Vérifions que $P(x) = (x+2)(2x^2 - 3x + 1)$

On a :

$$\begin{aligned}(x+2)(2x^2 - 3x + 1) &= 2x^2 \times x - 3x \times x + x \times 1 + 2 \times 2x^2 - 2 \times 3x + 2 \times 1 \\ &= 2x^3 - 3x^2 + x + 4x^2 - 6x + 2 \\ &= 2x^3 - 3x^2 + 4x^2 + x - 6x + 2 \\ &= 2x^3 + x^2 - 5x + 2\end{aligned}$$

Or $P(x) = 2x^3 + x^2 - 5x + 2$

D'où $P(x) = (x+2)(2x^2 - 3x + 1)$

2-a) Résolvons dans $\mathbb{R}$ l'équation $2x^2 - 3x + 1 = 0$

Calculons le discriminant de $2x^2 - 3x + 1$

$$\Delta = (-3)^2 - 4 \times 2 \times 1$$

$$\Delta = 9 - 8$$

$$\Delta = 1$$

Le discriminant est supérieur à zéro, l'équation a donc deux solutions qu'on notera x_1 et x_2

$$x_1 = \frac{-(-3) - \sqrt{\Delta}}{2 \times 2}$$

$$= \frac{-(-3) - \sqrt{1}}{2 \times 2}$$

$$= \frac{3 - 1}{4}$$

$$= \frac{2}{4}$$

$$x_1 = \frac{1}{2}$$

$$x_2 = \frac{-(-3) + \sqrt{\Delta}}{2 \times 2}$$

$$= \frac{-(-3) + \sqrt{1}}{2 \times 2}$$

$$= \frac{3 + 1}{4}$$

$$= \frac{4}{4}$$

$$x_2 = 1$$

$$S_R = \left\{ \frac{1}{2}; 1 \right\}$$

2-b) Dédisons-en tous les zéros du polynôme P

Posons $P(x) = 0$

$$P(x) = 0 \Leftrightarrow (x+2)(2x^2 - 3x + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+2=0 \\ \text{ou} \\ 2x^2-3x+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ \text{ou} \\ x=\frac{1}{2} \text{ ou } x=1 \end{cases}$$

Ainsi les zéros du Polynôme P sont : $-2; \frac{1}{2}$ et 1

3) Résolvons dans $\mathbb{R}$ l'équation $2e^{3x} + e^{2x} - 5e^x + 2 = 0$

Posons $X = e^x \Rightarrow \begin{cases} e^{3x} = X^3 \\ e^{2x} = X^2 \end{cases}$

Ce qui nous amène à l'équation auxiliaire : $2X^3 + X^2 - 5X + 2 = 0$ d'où $P(X) = 0$.

Ainsi $\begin{cases} X = -2 \\ \text{ou } X = \frac{1}{2} \\ \text{ou } X = 1 \end{cases}$ or $\forall x \in \mathbb{R} e^x > 0$; on retient $\begin{cases} e^x = \frac{1}{2} \\ \text{ou} \\ e^x = 1 \end{cases}$

$\begin{cases} e^x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \ln \frac{1}{2} \\ e^x = 1 \Leftrightarrow x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\ln 2 \\ x = 0 \end{cases}$ Donc $S_R = \{-\ln 2 ; 0\}$

EXERCICE 2

1) Justifions que le nombre de bureaux possible est égal à 6840.
Le bureau est constitué de 3 personnes dont les rôles sont bien définis, prises parmi 20 personnes.

Former ainsi un bureau revient à faire un arrangement de 3 dans 20.

Le nombre de bureaux est $A_{20}^3 = 20 \times 19 \times 18 = 6840$

2) Calculons la probabilité de l'évènement A.

$P(A) = \frac{\text{Card}(A)}{6840}$

Si aucun représentant des chefs religieux ne fait partie du bureau, les 3 personnes seront choisies parmi $(20 - 4) = 16$.

Ainsi $\text{Card}(A) = A_{16}^3 = 16 \times 15 \times 14 = 3360$

D'où $P(A) = \frac{3360}{6840} = 0,491$

3) L'évènement B : « le président du bureau est un membre de la société civile ».

Démontrons que $P(B) = 0,300$

- Former un tel bureau revient à choisir une personne parmi les six membres de la société civile et faire un arrangement de 2 avec les 19 autres personnes.

- Ainsi $\text{Card}(B) = A_6^1 \times A_{19}^2$
 $= 6 \times 19 \times 19$
 $= 2052$

- $P(B) = \frac{2052}{6840}$
 $P(B) = 0,3$

PROBLEME

On considère la fonction f dérivable et définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par : $f(x) = \frac{-x+1}{2} + \ln x$

1-a) Calculons la limite de f en 0

$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{-x+1}{2} + \ln x \right)$
 $= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{-x+1}{2} \right) + \lim_{x \rightarrow 0} \ln x$

$$= \frac{1}{2} + (-\infty)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\infty$$

La droite d'équation : $x = 0$ est une asymptote verticale à la courbe de f .

1-b) Calculons la limite de f en $+\infty$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{2x} + \frac{\ln x}{x} \right) \\ &= +\infty \times \left(-\frac{1}{2} \right) \text{ car } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{2x} = 0 \text{ et } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0 \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$$

2-a) Démontrons que pour tout x strictement positif ; $f'(x) = \frac{-x+2}{2x}$

$$\begin{aligned} (f(x))' &= \left(\frac{-x+1}{2} + \ln x \right)' \\ &= \left(-\frac{x}{2} + \frac{1}{2} + \ln x \right)' \\ &= -\frac{1}{2} + \frac{1}{x} \end{aligned}$$

$$f'(x) = \frac{-x+2}{2x}$$

2-b) Justifions les variables de f

Etudions le signe de $f'(x)$

$$f'(x) = 0 \text{ équivaut à } -x+2=0 \Leftrightarrow x=2$$

x	0	(2)	$+\infty$
$2x$		+	+
$-x+2$		(0)	-
$f'(x)$		(0)	-

$$\forall x \in]0; 2[; f'(x) > 0$$

$$\forall x \in]2; +\infty[; f'(x) < 0$$

Conclusion

f est strictement croissante sur $]0; 2[$ et

f est strictement décroissante sur $]2; +\infty[$

2-c) Tableau de variation

x	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	$-\infty$	$-\frac{1}{2} + \ln 2$	$-\infty$

$$f(2) = \frac{-2+1}{2} + \ln 2$$

$$= -\frac{1}{2} + \ln 2$$

3-a) Vérifions que $f(1) = 0$

$$f(1) = \frac{-1+1}{2} + \ln 1$$

$$= \frac{0}{2} + 0$$

$$f(1) = 0$$

3-b) Démontrons que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution dans l'intervalle $]3,5; 4[$

f est continue et strictement décroissante sur $]2; +\infty[$ d'où sur $]3,5; 4[$

$$\left(\lim_{x \rightarrow 3,5} f(x)\right) \times \left(\lim_{x \rightarrow 4} f(x)\right) = \left(\frac{-3,5+1}{2} + \ln 3,5\right) \left(\frac{-4+1}{2} + \ln 4\right)$$

$$= -0,0003$$

$$\left(\lim_{x \rightarrow 3,5} f(x)\right) \times \left(\lim_{x \rightarrow 4} f(x)\right) < 0$$

Alors $f(x) = 0$ admet une unique solution sur $]3,5; 4[$

3-c) Donnons un encadrement de α par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 1

Méthode par Balayage

x	3,5	3,6	3,7	3,8	3,9	4
$f(x)$	0,002	-0,019	-0,041	-0,065	-0,089	-0,114

$$-0,019 < 0 < 0,002 \text{ alors } 3,5 < \alpha < 3,6$$

4) [Voir Annexe](#)

ANNEXE

