

MATHÉMATIQUES

*Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1/2 et 2/2.
Toute calculatrice scientifique est autorisée*

EXERCICE 1

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $x^2 - x - 20 = 0$

2) Soit l'équation (E) : $x \in \mathbb{R}, \ln(x + 3) + \ln(x - 4) = 3 \ln 2$

a) Justifier que l'ensemble de validité de l'équation (E) est $]4; +\infty[$

b) Résoudre l'équation (E).

3) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $\ln(x + 3) + \ln(x - 4) \geq 3 \ln 2$

4) Résoudre dans $\mathbb{R}$, $\ln(e^2 x) = 0$

EXERCICE 2

AMINATA vient du marché avec 13 fruits dont 2 ananas, 6 mangues et 5 oranges.

Elle veut offrir à son amie Fatou un panier de 5 fruits choisis parmi ceux qu'elle vient d'acheter.

1) Quel est le nombre total de choix dont dispose Aminata?

2) Calculer la probabilité des événements suivants en donnant les résultats sous la forme de fractions irréductibles ;

A : << Fatou reçoit un panier contenant exactement 3 mangues >>

B : << Fatou reçoit un panier ne contenant aucune mangue >>.

C : << Fatou reçoit un panier contenant uniquement des mangues >>

D : << Fatou reçoit un panier contenant au moins une mangue >>

3) Justifier que la probabilité pour que Fatou reçoit un panier contenant exactement deux variétés différentes de fruits est $\frac{175}{429}$

PROBLEME

Soit la fonction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par l'expression $f(x) = 3 - x + \ln x$, et (C) sa représentation graphique dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) . Unité 1 cm.

1. Préciser l'ensemble de définition de f , noté D_f
2. a) Déterminer la limite de f à droite en 0 puis interpréter graphiquement le résultat obtenu.
 b) Vérifier que pour tout $x \in D_f$, $f(x) = x \left(\frac{3}{x} - 1 + \frac{\ln x}{x} \right)$.
 c) En déduire la limite de f en $+\infty$.
3. On admet que f est dérivable sur $]0; +\infty[$;
 a) Démontrer que $f'(x) = \frac{1-x}{x}$
 b) Etudier le signe de $f'(x)$ suivant les valeurs de x .
 c) En déduire les variations de f et dresser son tableau de variation.
4. Déterminer une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 1.
5. Reproduire et compléter le tableau suivant par les arrondis d'ordre 1 :

x	0,1	0,5	0,75	1	2	3	4	5	6
$f(x)$		1,8	1,9		1,6		0,3		-1,2

6. Tracer (C) dans la fenêtre $]0; 6]$

PARTIE B

1. a) Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α dans l'intervalle $]1; +\infty[$
 b) Montrer que $4 < \alpha < 5$
2. Soit $(D) : y = 3 - x$
 a) Résoudre l'équation $f(x) = 3 - x$.
 b) En déduire la position relative de la courbe (C) et la droite (D) .
3. Montrer que la fonction g définie sur $]0; +\infty[$ par $g(x) = x \ln(x) - x$ est une primitive de la fonction $\ln x$.
4. a) Montrer que $\int_1^e \ln x dx = 1$
 b) En déduire l'aire de la partie du plan limitée par la courbe (C) la droite (D) et les droites d'équations respectives $x = e$ et $x = 1$.