BACCALAURÉAT BLANC
Session Mai 2016
Série A1

Durée : 3 h
Coefficient : 3

ÉPREUVE DE MATHEMATIQUES

Cette épreuve comporte deux pages numérotées 1/2 et 2/2.

L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.

EXERCICE 1 (4 points)

1. Résoudre dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$, le système : $\begin{cases} x + 2y = 4 \\ 2x - 3y = 1 \end{cases}$

2. En déduire les solutions des systèmes suivants:

   a. $\begin{cases} \ln x + 2\ln y = 4 \\ 2\ln x - 3\ln y = 1 \end{cases}$

   b. $\begin{cases} e^x + 2e^y = 4 \\ 2e^x - 3e^y = 1 \end{cases}$

EXERCICE 2 (6 points)

Un opérateur de téléphonie mobile constate que, chaque année, il perd 8% de ses précédents abonnés et que, par ailleurs, il gagne 3 millions de nouveaux abonnés.
En 2016 le nombre d'abonnés est de 20 millions.
On s'intéresse au nombre d'abonnés, en millions, pour l'année 2016 + n. En supposant que cette évolution se poursuit de la même façon, la situation peut être modélisée par la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n, par :

$$\begin{cases} u_0 = 20 \\ u_{n+1} = 0,92\, u_n + 3 \end{cases}$$

Le terme u_n donne une estimation du nombre d'abonnés pour l'année 2016 + n.

1. Déterminer le nombre d'abonnés en 2017 et en 2018.

On définit la suite (v_n) par $v_n = u_n - 37,5$ pour tout entier naturel n.

2. Démontrer que (v_n) est une suite géométrique de raison 0,92. Préciser son premier terme.
3. a) Exprimer v_n en fonction de n.

   b) En déduire que, pour tout entier naturel n, $u_n = -17,5 \times 0,92^n + 37,5$.
4. Justifier que le nombre d'abonnés en 2025 est d'environ 29 237 176
5. Au bout de combien d'années l'opérateur peut-il espérer dépasser 30 millions d'abonnés ?

EXERCICE 3 *(10 points)*

Le plan est muni d'un repère orthogonal (O, I, J) tel que OI = 1 cm et OJ = 2 cm.
On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax + b + e^x$. On désigne par (C) la courbe représentative de la fonction f. A(0 ; - 1)et B(ln2 ; - ln2) sont deux points de la courbe (C).

Partie A

1. Déterminer les valeurs des nombres a et b.

On admet que la fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = -x - 2 + e^x$.

2. Calculer les limites de la fonction f aux bornes de son ensemble de définition.
3. a) Montrer que pour tout réel x, $f'(x) = e^x - 1$

   b) Justifie que sur l'intervalle $]-\infty ; 0]$, f est décroissante et sur $[0 ; +\infty[$ f est croissante

   c) Dresser le tableau de variations de la fonction f.
4. a) Calculer la limite en $-\infty$ de $f(x) - (-x - 2)$ puis donner une interprétation graphique du résultat obtenu.

   b) Etudier la position relative de (C) par rapport à la droite (D) d'équation $y = -x - 2$.
5. a) Recopier puis compléter la table de valeurs suivante.

   (On donnera l'arrondi d'ordre 1 des images).

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	1,5	1,7	2
f(x)	3	2	1	0,1				1	1,8	

   b) Construire (C) et (D) dans le même repère (O, I, J).

Partie B

1. Soit g la fonction telle $g(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + e^x$

   Vérifier que pour tout réel x, on a : $g'(x) = f(x)$.
2. En déduire la primitive F de la fonction f qui prend la valeur 1 en 0.
3. a) Hachurer la partie du plan délimitée par (C) , l'axe des abscisses (OI) et les droites d'équations $x = -1$, $x = 1$.

   b) Justifier que l'arrondi d'ordre 1 de l'aire A de la partie hachurée de la figure est égale à 3,3 cm².

   (On prendra e = 2,7)