



MATHÉMATIQUES

Cette épreuve comporte quatre (02) pages numérotées 1/2 et 2/2. Chaque candidat devra utiliser une (01) feuille de papier millimétré à rendre avec la copie

EXERCICE 1

- 1- Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $-x^2 + 5x - 6 = 0$
- 2- Vérifier que : $-x^3 + 4x^2 - x - 6 = (x+1)(-x^2 + 5x - 6)$.
- 3- Déduire de tout ce qui précède la résolution dans \mathbb{R} , de l'équation :
 $-x^3 + 4x^2 - x - 6 = 0$
- 4- On donne l'équation (E) : $2\ln(x) + \ln(4-x) = \ln(x+6)$
 - a) Déterminer l'ensemble de validité V de (E).
 - b) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation (E).
- 5- Résoudre dans \mathbb{R} , l'équation : $-(\ln(x-1))^3 + 4(\ln(x-1))^2 - \ln(x-1) - 6 = 0$

EXERCICE 2

Les élèves du club environnement du collège Saint Michel organise une opération de reboisement avec 20 pieds de tecks, 15 pieds d'iroko et 10 pieds de samba.

Pour participer, chaque élève doit planter 3 arbres. On suppose que les pépinières de ces arbres sont prises au hasard et que l'ordre entre elles n'a pas d'importance. Le président du club est le premier à planter ses trois arbres.

(On donnera les arrondis d'ordre 3 des probabilités).

- 1- Justifier qu'il y a 14190 façons pour le président de choisir ses trois pépinières.
- 2- a) Soit A l'événement : « le président prend trois pépinières de la même espèce »
Calculer $p(A)$.
b) calculer la probabilité de l'événement B : « le président prend une pépinière de chaque espèce ».
- 3- Soit C l'événement : « il y a exactement deux pépinières de la même espèce dans le choix du président ».
a) Calculer la probabilité de l'événement $A \cup B$.
b) En déduire que la probabilité de C est $p(C) = 0,668$.
- 4- Un pied de teck coûte 700f, un pied d'iroko 800f et un pied de samba 500f. On désigne par X la variable aléatoire égale au coût des trois pépinières choisies par le président.
a) Justifier que l'ensemble des valeurs prises par X est :
 $\{1500, 1700, 1800, 1900, 2000, 2100, 2200, 2300, 2400\}$
b) Recopier et compléter le tableau ci-dessous :

k	1500	1700	1800	1900	2000	2100	2200	2300	2400
---	------	------	------	------	------	------	------	------	------

$p(X=k)$	0,008		0,048				0,201	0,148	0,032
----------	-------	--	-------	--	--	--	-------	-------	-------

c) Calculer le coût moyen des trois pépinières choisies par le président.

PROBLEME

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{2(x+1)}$$

Soit f la fonction numérique définie par :

On désigne par (C_f) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) . *Unité graphique : 1cm.*

1- a) Déterminer l'ensemble de définition D_f de f .

b) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

c) Calculer $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$. Interpréter graphiquement ces résultats

2- a) Montrer que pour tout $x \neq -1$, on a : $f'(x) = \frac{x^2 + 2x + 5}{2(x+1)^2}$.

b) Justifier que f est strictement croissante sur $]-\infty; -1[$ et sur $]-1; +\infty[$

c) Dresser le tableau de variation de f .

3- a) Vérifier que pour tout $x \neq -1$, $f(x) = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} - \frac{2}{x+1}$.

b) Montrer que la droite (Δ) d'équation $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$ est asymptote à (C_f)

c) Etudier les positions relatives de (C_f) par rapport à (Δ) .

4- Montrer que le point $K(-1; 0)$ est un centre de symétrie de (C_f)

5- Justifier qu'une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 2 est

$$y = \frac{13}{18}x - \frac{11}{18}$$

6- a) Recopier et compléter le tableau suivant :

x	-7	-6	-5	-4	-3	-2	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	-2,7	-2,1	-1,5		0	1,5			0,8	1,5		2,7

b) Tracer les asymptotes à (C_f) , la courbe (C_f) dans le repère (O, I, J) .

7-a) Hachurer le domaine S compris entre les droites d'équations $x = 2$ et $x = 5$, la courbe (C) et la droite (Δ) .

b) Calculer l'aire de S .

c) En déduire une valeur approchée de S au dixième près.