

BACCALAURÉAT BLANC
Session Mai 2016
Série A2

Durée : 2 h
Coefficient : 2

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Cette épreuve comporte deux pages numérotées 1/2 et 2/2.

L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.

EXERCICE 1

(4 points)

1. Résoudre dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$, le système :
$$\begin{cases} x + 2y = 4 \\ 2x - 3y = 1 \end{cases}$$
2. En déduire les solutions des systèmes suivants:
 - a.
$$\begin{cases} \ln x + 2 \ln y = 4 \\ 2 \ln x - 3 \ln y = 1 \end{cases}$$
 - b.
$$\begin{cases} e^x + 2e^y = 4 \\ 2e^x - 3e^y = 1 \end{cases}$$

EXERCICE 2

(6 points)

Un opérateur de téléphonie mobile constate que, chaque année, il perd 8% de ses précédents abonnés et que, par ailleurs, il gagne 3 millions de nouveaux abonnés.

En 2016 le nombre d'abonnés est de 20 millions.

On s'intéresse au nombre d'abonnés, en millions, pour l'année 2016 + n . En supposant que cette évolution se poursuit de la même façon, la situation peut être modélisée par la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n , par :

$$\begin{cases} u_0 = 20 \\ u_{n+1} = 0,92 u_n + 3 \end{cases}$$

Le terme u_n donne une estimation du nombre d'abonnés pour l'année 2016 + n .

1. Déterminer le nombre d'abonnés en 2017 et en 2018.

On définit la suite (v_n) par $v_n = u_n - 37,5$ pour tout entier naturel n .

2. Démontrer que (v_n) est une suite géométrique de raison 0,92. Préciser son premier terme.
3. a) Exprimer v_n en fonction de n .
b) En déduire que, pour tout entier naturel n , $u_n = -17,5 \times 0,92^n + 37,5$.
4. Justifier que le nombre d'abonnés en 2025 est d'environ 29 237 176

EXERCICE 3

(10 points)

Le plan est muni d'un repère orthogonal (O, I, J) tel que $OI = 1$ cm et $OJ = 2$ cm.

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = ax + b + e^x$. On désigne par (C) la courbe représentative de la fonction f . $A(0; -1)$ et $B(\ln 2; -\ln 2)$ sont deux points de la courbe (C) .

1. Déterminer les valeurs des nombres a et b .

On admet que la fonction f est définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = -x - 2 + e^x$.

2. Calculer les limites de la fonction f aux bornes de son ensemble de définition.

3. a) Montrer que pour tout réel x , $f'(x) = e^x - 1$

b) Justifie que sur l'intervalle $] -\infty; 0]$, f est décroissante et sur $[0; +\infty [$ f est croissante

c) Dresser le tableau de variations de la fonction f .

4. a) Calculer la limite en $-\infty$ de $f(x) - (-x - 2)$ puis donner une interprétation graphique du résultat obtenu.

b) Etudier la position relative de (C) par rapport à la droite (D) d'équation $y = -x - 2$.

5. a) Recopier puis compléter la table de valeurs suivante.

(On donnera l'arrondi d'ordre 1 des images).

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	1,5	1,7	2
$f(x)$	3	2	1	0,1				1	1,8	

b) Construire (C) et (D) dans le même repère (O, I, J) .