BACCALAURÉAT BLANC
Session Mai 2016
Série C

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Durée : 4 H
Coefficient : 5

Cette épreuve comporte quatre pages numérotées 1/3, 2/3 et 3 /3.
Chaque sera mun d'une feuille de papier millimétré
La calculatrce scientifique est autorisée

EXERCICE N°1 (5 points)

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal direct
Soit S la transformation du plan qui, à tout M d'affixe z, associe le point M' d'affixe z' telle que: $z'=5iz+6i+4$. Et la droite (D) d'équation $y = 2x-1$

PARTIE A

1- Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de la transformation S.
2-On note x et x', y et y' les parties réelles et imaginaires respectives de z et z'.
Démontrer : que: $x' =-5y+4$ et $y' =5x+6$.
3- Déterminer une équation de l'image de la droite (D) par S.

PARTIE B

Dans cette partie, on se place dans le cas où les coordonnées x et y du point M sont des entiers relatifs tels que$-3\leq x \leq 5$ et $-3 \leq Y \leq 5$. On note E l'ensemble de ces points M. On rappelle que les cordonnées (x'; y') du point M', image du point M par la transformation S, sont $x'=-5y + 4$ et $y'=5x + 6$.
1- Déterminer l'ensemble des couples d'entiers relatifs (a;b) tels que : $4a + 3b = 5$.
2- En déduire l'ensemble des points M de E de coordonnées(x; y) tels que :$-3x'+ 4y'=37$.
3- Soit M un point de l'ensemble E et M' son image par la transformation S.
Démontrer que : $x' + y'$ est un multiple de 5.
4- Démontrer que : $x'-y'$ et $x'+y'$ sont congrus modulo2.
5-En déduire que si : $x'^2-y'^2$ est multiple de 2 alors $x'-y'$ et $x'+y'$ le sont également.
6-Déterminer l'ensemble des points M de C tels que: $x'^2-y'^2=20$.

EXERCICE N°2 (4 points)

Soit k unentiernaturelsupérieurouégalà2.
Une urne contient k boules noires et 3 boules blanches .Ces boules sont indiscernables au toucher.
Une partie consiste à prélever au hasard successivement et avec remise deux boules dans cette urne. On établit la règle de jeu suivante:
- Un joueur perd 9 euros si les deux boules tirées sont de couleur blanche;
- Un joueur perd 1 euro si les deux boules tirées sont de couleur noire;
- Un joueur gagne 5 euros si les deux boules tirées sont de couleurs différentes ; on dit dans ce cas là qu'il gagne la partie.

PARTIE A

Dans la partie A, on pose k=7. Ainsi l'urne contient 3 boules blanches et 7 boules noires indiscernables au toucher.

1-

Un joueur joue une partie. On note p la probabilité que le joueur gagne la partie, c'est-à-dire la probabilité qu'il ai tiré deux boules de couleurs différentes.
Démontrer que p=0,42.

2-

Soit n un entier tel que n>2. Un joueur joue n parties identiques et indépendantes. On note X la variable aléatoire qui comptabilise le nombre de parties gagnées par le joueur, et pn la probabilité que le joueur gagne au moins une fois au cours des n parties.

a) Expliquer pour quoi la variable X suit une loi binomiale de paramètres n et p.

b) Exprimer pn en fonction ce n, puis calculer P_{10} en arrondissant au millième.

c) Déterminer le nombre minimal de parties que le joueur doit jouer afin que la probabilité de gagner au moins une fois soit supérieure à 99%.

PARTIE B

Dans la partie B, le nombre k est un entier naturel supérieur ou égal à 2. Un joueur joue une partie. On note y_K la variable aléatoire égale au gain algébrique du joueur.

1-

a) Justifier l'égalité: $p(y_K = 5) = \frac{6k}{(k+3)^2}$

b) Écrire la loi de probabiïté de la variable aléatoire y_K

2- On note $E(y_K)$ l'espérance mathématique de la variable aléatoire y_K On dit que le jeu est favorable au joueur lorsque l'espérance $E(y_K)$ est strictement positive. Déterminer les valeurs de k pour lesquelles ce jeu est favorable au joueur.

PROBLÈME (11 points)

Le plan est rapporté au repère orthogonal $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (unité graphique : 5 cm).

PARTIE A

Soit la fonction f_1 définie sur $[0 ; +\infty[$ par $f_1(x) = xe^{-x^2}$ et (C_1) sa courbe représentative.

1) Démontrer que, pour tout réel positif x : $f_1'(x) = e^{-x^2} - 2x^2e^{-x^2}$
   En déduire le sens de variation de f_1
2) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f_1(x)$ (on pourra poser ($u = x^2$).
   Interpréter graphiquement le résultat.
3) Dresser le tableau de variation de f_1
4) Soit (Δ) la droite d'équation $y = x$. Déterminer la position relative de (C_1) par rapport à (Δ).
5) Tracer (C_1) et (Δ).

PARTIE B

On considère la fonction f_3 définie sur $[0 ; +\infty[$ par $f_3 = x^3e^{-x^2}$ et (C_3) sa courbe représentative.

1) Démontrer que, pour tout réel x positif, $f_3'(x)$ a même signe que $(3 - 2x^2)$.
   En déduire le sens de variation de f_3.
2) Déterminer la position relative de (C_1) par rapport à (C_3)
3) Tracer (C_3) dans le même repère que (C_1) (on admettra que (C_3) a même asymptote que (C_1) en $+\infty$).

PARTIE C

On désigne par n un enter naturel non nul et on considère la fonction f_n définie sur

$[0 ; +\infty[$ par $f_n(x)=x^ne^{-x^2}$ (Cn) courbe représentative de fn dans $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1) Démontrer que, pour tout entier $n \geq 1$, fn admet un maximum an pour $x = \sqrt{\frac{n}{2}}$
2) On appelle sn le point de (Cn) d'abscisse $\sqrt{\frac{n}{2}}$
   Démontrer que, pour tout n, (Cn) passe par S_2.
   Placer S_1, S_2, S_3 sur la figure.