MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE

DREN ABIDJAN 1

UNITE PEDAGOGIQUE COCODY 3

REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE

UNION-DISCIPLINE-TRAVAIL

BACCALAUREAT BLANC N°1

SESSION DE FEVRIER 2016

Série : D

Durée : 4h

EPREUVE : **MATHEMATIQUES**

Exercice 1

Une association organise une loterie pour laquelle le prix de participation est m francs CFA. Un joueur doit tirer simultanément et au hasard deux boules dans une urne contenant 4 boules vertes et 6 boules jaunes.

- Si les deux boules tirées sont de couleurs différentes, le joueur perd sa mise.
- Si les deux boules tirées sont jaunes, il est remboursé de sa participation.
- Si les deux boules tirées sont vertes, le joueur continue le jeu qui consiste à faire tourner une roue où sont inscrits des gains repartis comme suit :

- sur $\frac{1}{8}$ de la roue le gain est de 10 000 F CFA.
- sur $\frac{1}{4}$ de la roue le gain est de 2 000 F CFA.
- sur le reste, il est remboursé de sa participation.

On note :

V l'évènement « le joueur a obtenu deux boules vertes. »
J l'évènement « le joueur a obtenu deux boules jaunes. »
R l'évènement « le joueur est remboursé de sa participation. ».

1.a) Calculer la probabilité de chacun des évènements V et J.

b) Calculer la probabilité de l'évènement « le joueur a obtenu deux boules vertes et est remboursé de sa participation. »

c) En déduire que la probabilité de l'évènement R est égale à $\frac{5}{12}$

2) Soit X la variable aléatoire égale au gain algébrique du joueur.

a) Justifier que les valeurs prises par X sont : -m ; 0 ; ~~200~~-m et 10 000-m. 2000-m

b) Déterminer la loi de probabilité de X.

c) Montrer que $E(X) = \frac{2800-7m}{12}$

3) L'organisateur veut fixer la participation à m francs CFA.
Quelle est la valeur minimale de m pour que l'organisateur puisse espérer ne pas perdre d'argent ?

Exercice 2

On considère les fonctions f et g définies sur $[0\,;\frac{\pi}{2}]$ par $f(x) = \frac{-\cos x}{\cos x + \sin x}$ et $g(x) = \frac{-\sin x}{\cos x + \sin x}$

L'objectif de cet exercice est de déterminer une primitive sur $[0\,;\frac{\pi}{2}]$ des fonctions f et g.

On note F une primitive de f et G une primitive de g sur $[0\,;\frac{\pi}{2}]$.

1.a) Calculer pour tout x de $[0\,;\frac{\pi}{2}]$, f(x) + g(x)

b) En déduire une primitive de la fonction f+g sur $[0\,;\frac{\pi}{2}]$

2.a) Déterminer une primitive de la fonction f-g sur $[0\,;\frac{\pi}{2}]$

b) En déduire F et G.

PROBLEME

Partie A

Soit g la fonction définie sur $]0\,;+\infty[$ par : $g(x) = x + (x-2)\ln x$.

1) Déterminer les limites de g en 0 et en $+\infty$.

2) a) Montrer que pour tout réel x strictement positifs : $g'(x) = \frac{2(x-1)}{x} + \ln x$

b) Justifier que : $\forall x \in]0\,;1]\quad g'(x) \leq 0$
$\forall x \in [1\,;+\infty[\quad g'(x) \geq 0$

c) Dresser le tableau de variation de g.

3) Déterminer le signe de g(x) sur $]0\,;+\infty[$.

Partie B

Soit f la fonction définie sur $]0\,;+\infty[$ par : $f(x)=1 + x\ln x - (\ln x)^2$

On note (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J). *Unité graphique : 1 cm.*

1) Calculer la limite de f en 0. Interpréter graphiquement le résultat.

2) a) Calculer la limite de f(x) et de $\frac{f(x)}{x}$ quand x tend vers $+\infty$.

b) Donner une interprétation graphique de ces résultats.

3) a) Montrer que pour tout réel x strictement positif ; $f'(x) = \frac{g(x)}{x}$.

b) En déduire le sens de variation de f et dresser son tableau de variation.

4) a) Montrer que f est une bijection de $]0\,;+\infty]$ sur un intervalle K de l'on précisera.

En déduire que l'équation f(x) = 0 admet une solution unique λ dans$]0\,;+\infty[$.

Prouver que $0{,}4 < \lambda < 0{,}5$

b) Calculer f(e).

5) Soit f^{-1} la bijection réciproque de f.

On note (C') sa courbe représentative.

Calculer $(f^{-1})'(e)$

Partie C

1) Ecrire une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 1.
2) Soit h la fonction définie sur $]0\ ;+\infty[$ par :
   $h(x) = x - 1 - \ln x$.
   a) Etudier les variations de la fonction h.
   b) Justifier que $h(x) \geq 0$ pour tout x de $]0\ ;+\infty[$.

3.a) Montrer que $f(x) - x = (\ln x - 1)\ h(x)$.
   b) En déduire la position de (C) par rapport à (T).

4) Construire dans le même repère (O, I, J) la tangente (T) et les courbes (C) et (C').