**BACCALAUREAT BLANC REGIONAL
SESSION MARS 2016**

Série : D
Coefficient : 4
Durée : 4h

MATHEMATIQUES

Cette épreuve comporte trois pages numérotées 1/3, 2/3 ; 3/3 .

EXERCICE 1 :

Soit le polynôme $P(x) = -x^3 + 7x - 6$

- 1) Vérifier que $P(-3) = 0$.
- 2) Justifier que $\forall x \in \mathbb{R}, P(x) = (x + 3)(-x^2 + 3x - 2)$.
- 3) Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation $p(x) = 0$.
- 4) En déduire les solutions de :
 - a) L'équation $-e^{3x+6} + 7e^{x+2} - 6 = 0$
 - b) L'inéquation $(\ln x)^3 - 7(\ln x) + 6 \leq 0$.

EXERCICE 2

Les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles .

Pour entretenir en bon état, le fonctionnement de chauffage, une société immobilière fait contrôler les chaudières de son parc de logement.

On sait que 20% des chaudières sont sous garantie et que la probabilité qu'une chaudière sous garantie soit défectueuse est $\frac{1}{100}$.

Parmi les chaudières qui ne sont pas sous garantie, la probabilité qu'une chaudière soit défectueuse est $\frac{1}{10}$.

On appelle G l'évènement «la chaudière est sous garantie» et D l'évènement «la chaudière est défectueuse».

- 1) a) Construire l'arbre de probabilité de cette expérience aléatoire
- b) Démontrer que la probabilité de l'évènement : « la chaudière est sous garantie et est défectueuse» est $\frac{1}{500}$.

c) Déterminer la probabilité de l'évènement : « la chaudière n'est pas sous garantie et est défectueuse ».

d) En déduire que $p(D) = \frac{41}{500}$.

2) Dans un logement, la chaudière est défectueuse. Calculer la probabilité qu'elle soit sous garantie

3) Le contrôle est gratuit si la chaudière est sous garantie. Il coûte 8000F si la chaudière n'est pas sous garantie et n'est pas défectueuse. Il coûte 28000F si la chaudière n'est pas sous garantie et est défectueuse.

On note X la variable aléatoire donnant le coût du contrôle d'une chaudière .

a) Déterminer la loi de probabilité de X .

b) Calculer l'espérance mathématique de X .

4) On contrôle successivement et de façon indépendante 5 chaudières. Quelle est la probabilité qu'au moins l'une d'entre elle soit sous garantie ?

PROBLEME

PARTIE I

Soit la fonction $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \mapsto 2xe^x - 1$$

1) Calculer les limites de g en $+\infty$ et en $-\infty$.

2) Démontrer que $\forall x \in \mathbb{R}, g'(x) = 2(x+1)e^x$.

3) Etudier les signes de $g'(x)$, puis en déduire les variations de g .

4) Dresser le tableau de variation de g .

5) a) Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α dans $\mathbb{R}$.

b) Vérifier que $0,35 < \alpha < 0,36$.

6) Justifier que :
$$\begin{cases} \text{pour } x \in]-\infty ; \alpha[, g(x) < 0 \\ \text{pour } x \in]\alpha ; +\infty[, g(x) > 0 \end{cases}$$

PARTIE II

On considère la fonction $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $x \mapsto xe^x(xe^x - 1)$

On désigne par (C_f) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) (unité graphique: 2cm).

1) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ puis interpréter graphiquement le résultat.

2) a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

b) calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ puis interpréter graphiquement le résultat.

3) Démontrer que $\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) = (x+1)e^x g(x)$.

4) a) Étudier le signe de $f'(x)$, puis donner les variations de f .

b) Justifier que $f(\alpha) = -\frac{1}{4}$.

5) Dresser le tableau de variation de f .

6) a) Calculer $f(0)$

b) Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution $\beta \in]0; +\infty[$.

7) a) Déterminer le signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x .

b) En déduire les positions relatives de (C_f) par rapport à (OI) .

8) Déterminer l'équation de la tangente (T) à (C_f) au point d'abscisse 0.

9) Construire dans un repère (O, I, J) , la tangente (T) et la courbe (C_f) .