BACCALARAUREAT BLANC n°2
COLLEGE MODERNE SIA ANDRE
SESSION Février 2014

Coefficient : 4
Durée : 4 h
Série D

MATHEMATIQUES

Cette épreuve comporte trois (02) pages numérotées 1/2 et 2/2.
Toute calculatrice scientifique est autorisée

EXERCICE 1

1. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation Q, $z\epsilon\mathbb{C}$; $iz^2 - iz + 3 - i = 0$

2. On considère l'équation (E) ; $z\epsilon\mathbb{C}$; $iz^3 - 3iz^2 + (3+i)z - 6 + 2i = 0$

   a) Montrer que l'équation (E) admet une solution réelle.

   b) Déterminer les réels $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ et $\boldsymbol{c}$ tels que (E); $(z-2)(\boldsymbol{a}z^2 + \boldsymbol{b}z + \boldsymbol{c}) = 0$

   c) Vérifier que l'équation (E) équivaut à ; $(z-2)(iz^2 - iz + 3 - i) = 0$

   d) Résoudre à l'aide des questions précédentes l'équation (E)

3. On donne $V = 16\sqrt{2}(-2+2i)$

   a) Démontrer que l'argument principal de V est $\frac{3}{4}\pi$

   b) Déterminer les racines cubiques de V puis en donner une interprétation géométrique des résultats

4. Déterminer puis construire dans le plan complexe d'unité 1cm l'ensemble (L) des points M d'affixe z tel que : $|(1+i)z + 2| = 3\sqrt{2}$

EXERCICE 2

Un sondage est effectué dans un conservatoire de musique.
60 % des élèves pratiquent un instrument à cordes (C) ; 45 % des élèves pratiquent un instrument à vent (V) ; 10 % des élèves pratiquent un instrument à cordes et vent.

1) On choisit un élève au hasard dans le conservatoire.
   Déterminer la probabilité des événements suivants ;
   A « Cet élève pratique au moins un des instruments considérés »
   B « Cet élève pratique un et un seul des instruments considérés »

2) On choisit au hasard un élève pratiquant un instrument C.
Quelle est la probabilité pour que cet élève pratique un instrument V ?

3) Soit *n* un entier supérieur ou égal à 2. On choisit au hasard *n* élèves. On suppose que le nombre d'élèves du conservatoire est suffisamment grand pour que la probabilité de rencontrer un instrumentiste du type donné soit constante au cours du sondage.

a) on suppose que *n*=5 ;

a₁) Déterminer la probabilité pour que 2 élèves choisis pratiquent exactement un instrument C ?

a₂) Déterminer est la probabilité pour ne pas choisir d'élèves pratiquant un instrument C ?

b) on considère les n élèves ;

b₁) Quelle est la probabilité P_n qu'au moins un des élèves choisis pratique un instrument C ?

b₂) Déterminer le nombre minimal d'élève n pour que $P_n \geq 0{,}999$.

Problème

On considère la fonction f de ℝ vers ℝ, définie par $f(x) = \frac{3e^x - 1}{e^x + 1}$. On note (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) d'unité graphique 2 cm.

Partie A

1. a) Déterminer l'ensemble de définition Df de f.
   b) Montrer que la fonction g définie par g(x) = f(x) – 1 est impaire.
   c) En déduire un élément de symétrie pour la courbe (C).

2. a) Déterminer la limite de f en +∞ puis en -∞.

   b) Interpréter chacun des résultats obtenus.

3. a) Démontrer que : pour tout x de , $f'(x) = \frac{4e^x}{(e^x + 1)^2}$.

   b) En déduire le sens de variation de f puis dresser le tableau de variation de f.

4. Déterminer une équation de la tangente (T) à (C) en son point d'abscisse 0.

5. On considère la fonction h définie par h(x) = f(x) – (x + 1).

   a) Démontrer que pour tout x de $h'(x) = -\left(\frac{e^x - 1}{e^x + 1}\right)^2$.

   b) En déduire le sens de variation de h.
   c) Calculer h(0). Puis déterminer le signe de h.
   d) Déduire de ce qui précède, la position de (C) par rapport à (T).

6. Tracer la droite (T), la courbe (C) et ses asymptotes.

Partie B

1. Montrer que f réalise une bijection de vers un intervalle J que l'on précisera.
2. On désigne par f^{-1} la bijection réciproque de f.
   Déterminer le sens de variation de f^{-1} puis dresser son tableau de variation.

3. a) Calculer f(ln3).
   b) Justifier que f^{-1} est dérivable en 2 et calculer $f^{-1}(2)$.
4. Construire (C'), la courbe de f^{-1} dans le repère (O, I, J).

Partie C

1. Montrer que pour tout x de, $f(x) = \frac{4e^x}{e^x + 1} - 1$.
2. En déduire une primitive F de f sur ℝ.
3. Calculer F(1) – F(0)