

BACCALAUREAT BLANC REGIONAL
SESSION AVRIL 2016



Durée : 4 h
Coefficient : 4

MATHEMATIQUE

SERIE : D

*Cette épreuve comporte (03) pages numérotées 1/3, 2/3, et 3/3.
Le candidat recevra deux (02) feuilles de papier millimétré.*

EXERCICE 1

On considère dans $\mathbb{C}$, l'ensemble des nombres complexes, le polynôme P tel que : $\forall z \in \mathbb{C}$, $P(z) = z^3 + (1-6i)z^2 - (17+8i)z - 33 + 30i$.

1. a) Vérifier que -3 est un zéro de P .
b) Justifier que pour tout nombre complexe z ,
$$P(z) = (z+3)(z^2 - (2+6i)z - 11 + 10i)$$

c) Résoudre alors l'équation (E) ; $z \in \mathbb{C}, P(z) = 0$.
2. Dans le plan muni d'un repère orthonormé direct $(O;I;J)$ (Unité graphique 1 cm), on considère les points A, B et C d'affixes respectives -3 ; $-1+4i$; $3+2i$.
a) Placer les points A, B et C.
b) Démontrer que le triangle ABC est rectangle isocèle.
c) Déterminer l'affixe z_D du point D tel que ABCD soit un parallélogramme.

EXERCICE 2 :

Un opérateur de téléphonie mobile propose à ses abonnés deux types d'accès internet à haut débit ; un accès internet sur ligne fixe et un accès 3G sur téléphone portable.

Aujourd'hui, sur les accès internet à haut débit de ses abonnés, l'entreprise fait les constats suivants:

- 58 % des abonnés ont un accès internet sur ligne fixe. Parmi ceux-là, 24 % ont également un accès 3G sur téléphone portable ;
- parmi les abonnés qui n'ont pas d'accès internet sur ligne fixe, 13% ont un accès 3G sur téléphone portable.

NB : Soit A et B deux évènements.

La probabilité de A est notée $P(A)$, la probabilité de l'évènement A sachant que l'évènement B est réalisé est notée $P_B(A)$ et le contraire de l'évènement A est noté $\bar{A}$. Pour une enquête de satisfaction, la fiche d'un abonné est prélevée au hasard.

Dans cet exercice on note :

- F l'évènement : « la fiche est celle d'un abonné qui a un accès internet sur ligne fixe » ;
- G l'évènement : « la fiche est celle d'un abonné qui a un accès 3G sur téléphone portable ».

1. Construire un arbre de probabilité traduisant la situation.
2. Calculer : $p(F)$, de $p_F(G)$ et $P_{\bar{F}}(G)$.
3. Calculer $P(\bar{F} \cap \bar{G})$. Interpréter le résultat.
4. a) Vérifier que la probabilité que la fiche prélevée soit celle d'un abonné qui n'a pas d'accès 3G sur téléphone portable est de 0,8062.
b) Peut-on affirmer qu'au moins 25 % des abonnés ont un accès 3G sur téléphone portable ?
5. On prélève successivement les fiches de trois abonnés. On admet que le nombre de fiches est suffisamment grand pour qu'on puisse assimiler le tirage à un tirage avec remise.
Calculer la probabilité qu'exactement une des fiches tirées soit celle d'un abonné qui n'a pas d'accès 3G sur téléphone portable. Arrondir le résultat au millième.

PROBLEME

Soit f la fonction dérivable et définie sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{e^x}{x} + e^x \ln x .$$

On désigne par (C) la représentation graphique de la fonction f dans le plan muni d'un repère orthogonal (O, I, J) d'unité graphique 4cm sur l'axe des abscisses et 1 cm sur l'axe des ordonnées.

Partie A

1. Calculer la limite de f en $+\infty$.
2. a) Démontrer que pour tout nombre réel x strictement positif,

$$f(x) = \frac{e^x}{x} (x \ln x + 1).$$

- b) En déduire la limite de f en 0.
- c) Justifier que (C) admet une asymptote (D) dont on précisera une équation.

Partie B

Soit g la fonction dérivable et définie sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$ par:

$$g(x) = \ln x + \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2}.$$

1. On désigne par g' la dérivée de la fonction g .

a) Justifier que pour tout nombre réel strictement positif x ,

$$g'(x) = \frac{x^2 - 2x + 2}{x^3}.$$

b) Etudier le signe de $g'(x)$. En déduire que la fonction g est strictement croissante sur $]0 ; +\infty[$. L'étude des limites n'est pas demandée.

2.a) Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α dans l'intervalle $[0,5 ; 1]$.

b) Donner un encadrement d'amplitude 10^{-1} de α .

3. Déduire des questions 1 et 2 de la partie B le signe de $g(x)$ pour x élément de $]0 ; +\infty[$.

Partie C

1.a) f' désignant la dérivée de f , calculer $f'(x)$ et justifier que $f'(x) = e^x g(x)$, pour tout nombre x appartenant à $]0 ; +\infty[$.

b) En déduire le signe de $f'(x)$ pour x élément de l'intervalle $]0 ; +\infty[$.

2.a) Dresser le tableau de variations de la fonction f .

b) Calculer une valeur approchée à 10^{-1} près de $f(\alpha)$ en prenant 0,6 pour valeur approchée de α .

3.a) Reproduire et compléter le tableau ci-dessous

x	0,25	0,5	0,75	1	1,25	1,5	1,75	2	2,25	2,5
$f(x)$ à 10^{-1} près										

b) Construire l'asymptote (D) et la courbe (C) sur l'intervalle $[0 ; 2,5]$.

Partie D

1. Démontrer que la fonction F , dérivable et définie sur $]0 ; +\infty[$ par :

$$F(x) = e^x \ln x, \text{ est une primitive de } f.$$

2. On désigne par E la partie du plan comprise entre la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x = 1$ et $x = 2$.

a) Hachurer la partie E sur le dessin.

b) Déterminer la valeur exacte de l'aire E en unités d'aire et en cm^2 .