



EXAMENS BLANCS CONJOINTS
SESSION JANVIER 2016

BAC - EPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Durée : 4h

Série D Coefficient : 04

EXERCICE 1 (4 points)

On veut déterminer une primitive de la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par : $f(x) = \frac{2 \ln x}{(x+1)^3}$

- 1) Soit h la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par : $h(x) = \frac{1}{x(x+1)^2}$
 - a) Justifier que : $\forall x \in]0; +\infty[, h(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} - \frac{1}{(x+1)^2}$
 - b) En déduire une primitive H de h sur $]0; +\infty[$
- 2) Soit g la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par : $g(x) = \frac{\ln x}{(x+1)^2}$
 - a) Démontrer que : $\forall x \in]0; +\infty[, g'(x) = h(x) - f(x)$
 - b) Déduire des questions précédentes la primitive F de f sur $]0; +\infty[$ qui s'annule en 1.

EXERCICE 2 (5 points)

Un fabricant d'écrans plasma teste une première fois ses appareils à la sortie de la chaîne de fabrication. Si le test est positif (c'est-à-dire si l'écran fonctionne correctement), l'écran est acheminé chez le client. Sinon l'écran retourne en usine où il est réparé puis testé une seconde fois. Si ce deuxième test est positif, l'écran est acheminé chez le client, sinon il est détruit. Une étude statistique a permis de montrer que le test est positif pour 70% des écrans neufs sortis directement des chaînes de fabrication, mais que parmi les écrans réparés, seulement 65% d'entre eux passent le second test avec succès.

On note T_1 l'évènement : « le premier test est positif ».

On note C l'évènement : « l'écran est acheminé chez le client ».

1. On choisit un écran au hasard à la sortie de la chaîne de fabrication.
Déterminer les probabilités des événements T_1 et C .
2. La fabrication d'un écran revient à 20.000F au fabricant si l'écran n'est testé qu'une fois.

Cela lui coûte 5.000F de plus si l'écran doit être testé une seconde fois.

Un écran est facturé à Francs (à étant un réel positif) au client.

On introduit la variable aléatoire X qui, à chaque écran fabriqué, associe le « gain » (éventuellement négatif) réalisé par le fabricant.

- Déterminer la loi de probabilité de X en fonction de a
- Exprimer l'espérance de X en fonction de a
- A partir de quelle valeur de a , l'entreprise peut-elle espérer réaliser des bénéfices.

PROBLEME : (11 points)

Partie A

soit g , la fonction définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par : $g(x) = (x+2)^2 + \ln|x+2|$.

- Justifier que $Dg = \mathbb{R} - \{-2\}$
 - calculer les limites de g aux bornes de son ensemble de définition.
 - Etudier les variations de g sur $]-2; +\infty[$.
- Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α dans $]-2; +\infty[$.
 - Démontrer que : $-1,35 < \alpha < -1,34$.
 - Démontrer que : $\forall x \in]-2; \alpha[, g(x) < 0$
 $\forall x \in]\alpha; +\infty[, g(x) > 0$.

Partie B

soit f la fonction définie de $]-2; +\infty[$ vers $\mathbb{R}$ Par : $f(x) = -x - 1 + \frac{1+\ln(x+2)}{x+2}$
 et (C) la courbe de f dans le plan muni du repère orthonormé (O, I, J) unité 2 cm

- Démontrer que la droite d'équation $x = -2$ est une asymptote verticale à (C).
 - Calculer la limite de f en $+\infty$
- Démontrer que quelque soit x appartenant à $]-2; +\infty[$ $f'(x) = -\frac{g(x)}{(x+2)^2}$.
 - En déduire les variations de f et dresse son tableau de variation.
 - Démontrer que $f(\alpha) = -2\alpha - 3 + \frac{1}{\alpha+2}$
 - Déterminer un encadrement de $f(\alpha)$ par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 1.
- Démontrer que la droite (D) d'équation $y = -x - 1$ est une asymptote à (C).
 - Déterminer les coordonnées du point A intersection de (C) et de (D).
 - Etudier la position de (C) par rapport à (D).
- construire (C) et (D) sur le même graphique.

Partie C

- soit h la restriction de f à l'intervalle $]\alpha; +\infty[$
 - Démontrer que h est une bijection de $]\alpha; +\infty[$ vers un intervalle I que l'on déterminera
 - Calculer $h(-1)$.
 - Démontrer que h^{-1} est dérivable en 1 et calculer $(h^{-1})'(1)$.
- Construire la représentation graphique (C') de h^{-1} bijection réciproque de h sur le graphique précédent.