MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE
\- - - - - - - - - - - - - - - -
DREN : AGBOVILLE / DDEN : TIASSALE

COLLEGE SAINT MICHEL TIASSALE

BP 507 TIASSALE

BAC-BLANC

SESSION FEVRIER 2016

SERIE : D

Coefficient : 4

Durée : 4h

MATHEMATIQUES

Cette épreuve comporte quatre (03) pages numérotées 1/3 ; 2/3 et 3/3.
Chaque candidat devra utiliser deux (02) feuilles de papier millimétré à rendre avec la copie

EXERCICE 1

Dans le plan muni du repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$, on considère les points *A, B, C*, *D* d'affixes respectives : $Z_A=-2i$; $Z_B=4-2i$; $Z_C=4+2i$; $Z_D=1$.

1- *a)* Placer les points *A, B, C* et *D*. (unité graphique : 2cm)
b) Démontrer que le triangle *ABC* est rectangle isocèle en *B.*

2- On désigne par f l'application du plan P qui, à tout point M d'affixe z et distinct de *A*, associe le point M' d'affixe z' tel que : $z'=\dfrac{z-(4+2i)}{z+2i}$.

a) Déterminer l'image du point *B* par f.

b) Déterminer l'ensemble (Δ) des points *M* d'affixe z telle que $|z'|=1$.

3- *a)* Montrer que, pour tout nombre complexe z distinct de $-2i$, on a :
$(z'-1)(z+2i)=-4-4i$.

b) Montrer que, pour tout point M, distinct de A, et dont l'image par f est notée M',

on a : $\begin{cases} M'\neq D \\ DM'\times AM=4\sqrt{2} \end{cases}$

4- On pose $R_e(z)=x$ et $\mathrm{Im}(z)=y$.

a) Donner la forme algébrique de f et vérifier que $R_e(z')=\dfrac{x^2+y^2-4x-4}{x^2+(y+2)^2}$.
b) Déterminer l'ensemble (C) des points *M* d'affixe z telle que z' soit un imaginaire pur.
c) construire (Δ) et (C) dans le même repère $(O,\vec{u},\vec{v})$.

EXERCICE 2

Un magasin vend des salons de jardin. Pour chaque personne entrant dans le magasin la vente est limitée à une table et à un lot de chaises. Une enquête statistique a montré que :

- 10% des personnes qui entrent dans le magasin achètent une table ;

- Parmi les personnes qui achètent une table, 80% achètent un lot de chaises ;
- Parmi les personnes qui n'achètent pas de table, 10% achètent un lot de chaises.

Une personne entre dans le magasin.
On note T l'événement : « la personne achète une table » et $\overline{T}$ l'événement contraire de T.
C l'événement : « la personne achète un lot de chaise » et $\overline{C}$ l'événement contraire de C.

1- Démontrer que la probabilité de l'événement A : « elle achète un lot de chaises et n'achète pas de table » est égale à $p(A) = 0{,}09$.

2- *a)* Démontrer que la probabilité de l'évènement C est : $p(C) = 0{,}17$.

b) Montrer que : $p_C(\overline{T}) = \dfrac{9}{17}$

3- On sait que le directeur fait un bénéfice de $30000Fcfa$ par table vendue. On désigne par α le bénéfice exprimé en francs cfa qu'il réalise par lot de chaises vendues. Sachant qu'à la fin de la journée, le directeur a réalisé en moyenne un bénéfice de $7080Fcfa$ par personne entrée dans le magasin, on se propose de calculer α.

On désigne par X la variable aléatoire qui donne le bénéfice par personne entrée dans le magasin.

a) Justifier que l'ensemble des valeurs prises par la variable X est :
$\{0;\ 30000;\ \alpha;\ 30000+\alpha\}$

b) Déterminer la loi de probabilité de X.

c) Démontrer que l'espérance mathématique de X est égale à $3000+0{,}17\alpha$.

d) Calculer α.

PROBLEME

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x - (x^2 + 4x + 3)e^{-x}$.
On désigne par (C) sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthonormé (O,I,J), d'unité graphique 2 cm.
On pourra utiliser les résultats suivants :
Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $\lim_{x\to+\infty} (x^n e^{-x}) = 0$ et $\lim_{x\to-\infty} (x^n e^{x}) = 0$

Partie A

On considère la fonction g définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = (x^2 + 2x - 1)e^{-x} + 1$.

1. Calculer $\lim_{x \to -\infty} g(x)$ et $\lim_{x \to +\infty} g(x)$. Interpréter graphiquement les résultats.
2. *a)* Démontrer que pour tout nombre réel *x*, $g'(x) = (3 - x^2)e^{-x}$.
   b) Donner le sens de variation de *g*.
   c) Etablir le tableau de variation de *g*. (on admettra que g(-√3) = - 7,3 et g(√3) = 2).

3. *a)* Calculer g(0). Montrer que l'équation *g*(*x*) = 0 deux solutions dans $\mathbb{R}$. On note α la solution non nulle.
   b) Vérifier que -2,39 < α < -2,38.

4. Démontrer que : $\begin{cases} \forall x \in \left]-\infty\,;\alpha\right[\cup \left]0\,;+\infty\right[,\ g(x) > 0 \\ \forall x \in \left]\alpha\,;0\right[,\quad g(x) < 0 \end{cases}$

Partie B

1. Calculer $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \to +\infty} f(x)$.

2. *a)* Montrer que pour tout réel *x*, $f'(x) = g(x)$.
   b) Dresser le tableau de variation de la fonction *f*.

3. Justifier qu'une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 1 est : (T) : $y = \left(\frac{2}{e} + 1\right)x - \frac{10}{e}$
4. *a)* Démontrer que la droite (D), d'équation $y = x$ est asymptote à (C) en $+\infty$.
   b) Etudier la position relative de (C) et de la droite (D).

5. Construire la courbe (C) et les droites (D).

Partie C

Soit $F(x) = \frac{x^2}{2} - (ax^2 + bx + c)e^{-x}$.

Déterminer les réels *a*, *b* et *c* tels que F soit une primitive de f.

Partie D

Soit *h* la restriction de f à l'intervalle $[0\,;+\infty[$.

1- Démontrer que *h* réalise une bijection de $[0\,;+\infty[$ vers un intervalle K à préciser.

2- Soit h^{-1} la bijection réciproque de *h*.

Calculer $h(1)$ et $(h^{-1})'\left(1 - \frac{8}{e}\right)$