DEVOIR RÉGIONAL DE MATHÉMATIQUES
NIVEAU TROISIÈME

24 janvier 2023
14h à 16h

Cette épreuve comporte deux pages numérotées 1/2 et 2/2.
L'utilisation de la calculatrice scientifique est autorisée.

EXERCICE 1 (***2 points***)

Pour chacune des affirmations du tableau ci-dessous, trois réponses A, B et C sont proposées dont une seule permet d'avoir l'affirmation juste. Écris sur ta feuille de copie le numéro de chaque affirmation suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

		A	B	C
1	Le degré du polynôme $3x^5 - x^4 + 13x^2 - 4$ est…	3	2	5
2	La valeur absolue du nombre -25 notée $\|-25\|$ est égale à …	25	5	-25
3	Le centre de l'intervalle $]a\,;b]$ est égal à …	$\frac{a+b}{2}$	$\frac{a-b}{2}$	$\|b-a\|$
4	La traduction sous forme d'inégalité de $x \in [-2;7[$ est …	$-2 \leq x < 7$	$-2 < x \leq 7$	$-2 < x < 7$

EXERCICE 2 (***3 points***)

Écris sur ta feuille de copie, le numéro de chacune des affirmations ci-dessous suivi de **Vrai** si l'affirmation est vraie ou **Faux** si elle est fausse.

N°	AFFIRMATIONS
1	Si ABC est un triangle rectangle en A de hauteur [AH], alors AH×BC=AB×AC.
2	La tangente d'un angle aigu est égale au quotient de son sinus par son cosinus.
3	$a°$ étant la mesure d'un angle aigu quelconque, on a $(cosa°)^2 + (sina°)^2$=1.
4	Étant donné un triangle ABC, deux points quelconques M et N appartenant respectivement aux droites (AB) et (AC), si $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}$, alors les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

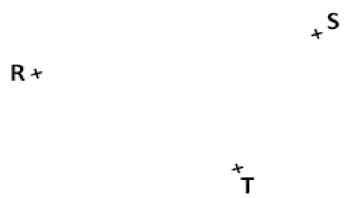
EXERCICE 3 (***3 points***)

On donne le nombre réel : $A = \frac{-1}{2\sqrt{2}+\sqrt{7}}$.

1) Écris A sans radical au dénominateur.
2) Justifie que : $\sqrt{7} < 2\sqrt{2}$.
3) Sachant que $2{,}645 < \sqrt{7} < 2{,}646$ et $2{,}828 < 2\sqrt{2} < 2{,}829$, encadre $\sqrt{7}$-$2\sqrt{2}$ par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 2.

EXERCICE 4 (***3 points***)

Sur la figure ci-dessous qui n'est pas en grandeurs réelles, R, S et T sont trois points tels que RS=15 cm, RT=12 cm et ST=9 cm.



Extrait de tables trigonométriques

$a°$	cos
34°	0,8290
35°	0,8192
36°	0,8090
37°	0,7986

1) Justifie que le triangle RST est rectangle en T.
2) Justifie que $cos\widehat{SRT} = \frac{4}{5}$.
3) En utilisant l'extrait de tables trigonométriques ci-dessus, encadre la mesure de l'angle $\widehat{SRT}$ par deux nombres entiers consécutifs.

EXERCICE 5 (*5 points*)

On donne les expressions littérales F et G suivantes :

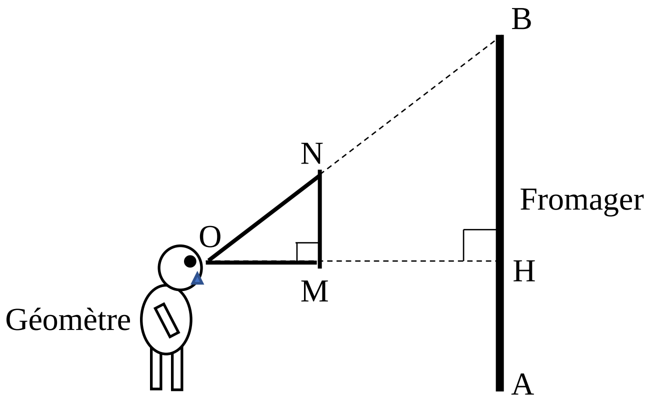
$$\mathrm{F} = 3x - 3 + (x-1)^2 \quad \text{et} \quad \mathrm{G} = \frac{3x-3+(x-1)^2}{x(x-1)}.$$

1) Développe et réduis F.
2) Par factorisation, justifie que : F = $(x+2)(x-1)$.
3) 2-a) Détermine les valeurs de la variable réelle x pour lesquelles G existe.
   2-b) Lorsque G existe, justifie que : G = $\frac{x+2}{x}$.
4) Calcule la valeur numérique de G pour $x = \sqrt{2}$; on écrira le résultat sous la forme $a+\sqrt{2}$ où a est un entier relatif.

EXERCICE 6 (*4 points*)

Une ONG qui œuvre pour la sauvegarde de la faune et de la flore, récompense les villages où existe une forêt protégée contenant au moins un arbre de taille supérieure à 50 mètres.

Informés, des élèves cherchent à savoir si leur village qui dispose d'une forêt sacrée contenant un grand fromager sera primé. Pour les guider, le géomètre chargé du lotissement du village leurs donne la figure ci-dessous.



Sur cette figure, le segment [AB] représente le fromager, les droites (MN) et (AB) sont parallèles, les triangles OMN et OHB sont rectangles respectivement en M et H ; les points H, M et N appartiennent respectivement aux segments [AB], [OH] et [OB].
L'unité de longueur est le mètre et on a : OB=82 ; OM=0,4 ; MN=0,3 et AH=1,7.

Les élèves te demandent de les aider.

1) Vérifie que $\frac{\mathrm{HB}}{\mathrm{MN}} = \frac{\mathrm{OB}}{\mathrm{ON}}$.
2) Justifie que ON=0,5.
3) Détermine HB.
4) Détermine si la taille du fromager satisfait à la condition imposée par l'ONG pour que le village soit récompensé.