

DEVOIR RÉGIONAL DE MATHÉMATIQUES
NIVEAU TERMINALE A1

24 janvier 2023

14h à 17h

*Cette épreuve comporte deux pages numérotées 1/2 et 2/2.
L'utilisation de la calculatrice scientifique est autorisée.*

EXERCICE 1 (2 points)

Dans cet exercice la notation $P(M)$ désigne la probabilité de l'évènement M .

Pour chacune des affirmations suivantes, écris sur ta copie le numéro de l'affirmation suivi de **Vrai** si l'affirmation est vraie et de **Faux** si elle est fausse.

N°	Affirmations
1	\bar{F} et F étant deux événements contraires, on a : $P(F) = 1 - P(\bar{F})$.
2	Si A et B sont deux événements incompatibles, alors $P(A \cap B) = 1$.
3	A et B étant deux événements quelconques, on a : $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.
4	Deux événements incompatibles sont contraires.

EXERCICE 2 (2 points)

Pour chacun des énoncés incomplets du tableau ci - dessous, trois réponses A, B et C sont proposées dont une seule permet d'obtenir affirmation juste.

Écris le numéro de l'énoncé incomplet suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

N°	Énoncé incomplet	A	B	C
1	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{1-3x}{x-3}$ est égale à ...	$-\infty$	$+\infty$	0
2	Si $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) + 2x - 1] = 0$, alors la représentation graphique de la fonction f admet pour asymptote, la droite d'équation ...	$y = -2x + 1$	$y = 0$	$y = -2x - 1$
3	Pour tout réel x différent de 1, l'expression de la dérivée de la fonction $f: x \mapsto \frac{-4}{x-1}$ est ...	$-\frac{4}{(x-1)^2}$	$-\frac{4}{(x+1)^2}$	$\frac{4}{(x-1)^2}$
4	$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x+1}{x^2}$ est égale à ...	$-\infty$	$+\infty$	0

EXERCICE 3 (4,5 points)

Une entreprise de la place offre chaque année un voyage de luxe à son meilleur employé. Les noms de 16 villes dont 8 d'Europe, 3 d'Asie et 5 d'Amérique sont inscrits sur des morceaux de cartons mis dans une urne. Les morceaux de carton sont indiscernables au toucher. Le meilleur employé désigné doit tirer simultanément 3 noms de ville c'est à dire trois morceaux de carton ; il aura ensuite la latitude d'opter pour la ville préférée.

- Justifie que l'employé peut s'attendre à 560 tirages possibles.
- Soit l'évènement A : « L'employé tire des villes de trois continents différents. »
Justifie que la probabilité de l'évènement A est égale à $\frac{3}{14}$.

- 3) Soit l'événement B : « L'employé tire des villes d'un même continent. »
Calcule la probabilité de B.
- 4) Justifie que la probabilité de l'évènement C « L'employé ne tire aucune ville d'Asie » est égale à $\frac{143}{280}$.
- 5) Calcule la probabilité de l'évènement D « L'employé tire au moins une ville d'Asie ».
- 6) On désigne par X la variable aléatoire qui prend pour valeur le nombre de ville d'Asie dans le tirage effectué par l'employé.
- 6-a) Justifie que l'ensemble des valeurs prises par X est $\{0 ; 1 ; 2 ; 3\}$.
- 6-b) Détermine la loi de probabilité de X.
- 6-c) Justifie que l'espérance mathématique $E(X)$ de la variable aléatoire X est égale à $\frac{9}{16}$.

EXERCICE 4 (6,5 points)

On considère la fonction f définie pour tout réel x différent de -1 par : $f(x) = \frac{x^2+3x+3}{x+1}$.

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J). L'unité graphique est 1 cm.

- 1) 1-a) Justifie que $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = -\infty$ et $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = +\infty$.
- 1-b) Donne l'interprétation graphique des résultats précédents.
- 3) Détermine les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.
- 4) Démontre que pour tout réel x différent de -1 , $f(x) = x + 2 + \frac{1}{x+1}$.
- 5) 5-a) Démontre que la droite (D) d'équation $y = x + 2$ est asymptote oblique à (C) en $-\infty$ et en $+\infty$.
- 5-b) Étudie la position relative de (C) et (D).
- 6) On admet que pour tout réel x différent de -1 , f est dérivable en x .
- 6-a) Démontre que pour tout réel x différent de -1 , $f'(x) = \frac{x(x+2)}{(x+1)^2}$.
- 6-b) Démontre que :
- f est croissante sur chacun des intervalles $]-\infty ; -2]$ et $[0 ; +\infty[$.
 - f est décroissante sur chacun des intervalles $[-2 ; -1[$ et $]-1 ; 0]$.
- 6-c) Dresse le tableau de variation de f .
- 7) 7-a) Recopie et complète le tableau suivant :
- | | | | | | | | | |
|--------|----|----|------|------|------|---|---|---|
| x | -3 | -2 | -1,5 | -0,8 | -0,5 | 0 | 1 | 2 |
| $f(x)$ | | | | | | | | |
- 7-b) Trace les asymptotes de (C) et trace (C) sur l'intervalle $[-3; 2]$.

EXERCICE 5 (5 points)

Dans un établissement scolaire, il y a 450 élèves en terminale A dont 200 prennent des cours particuliers de mathématiques, 150 des cours particuliers de français et 50 les deux.

L'éducateur de niveau désire apprécier la probabilité qu'un élève de cette promotion soit inscrit à au moins un des deux cours.

Confronté à des difficultés de calculs, il sollicite ton aide.

A l'aide d'une production argumentée basée sur tes connaissances mathématiques, rédige la réponse que tu lui donneras.