BACCALAURÉAT **Coefficient : 3**
SESSION 2017 **Durée : 3 h**

MATHÉMATIQUES

SÉRIE A1

Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1/2 et 2/2.
Chaque candidat recevra deux (2) feuilles de papier millimétré.
Tout modèle de calculatrice scientifique est autorisé.
Les tables trigonométriques et logarithmiques et les règles à calculs sont autorisées.

EXERCICE 1

En 2014, la foire gastronomique d'une commune a enregistré 6000 visiteurs. Une étude montre que chaque année, 80 % des visiteurs de l'année précédente reviennent tandis que 2000 nouveaux visiteurs sont enregistrés. Pour prévoir ses besoins en équipements, la commune envisage de déterminer l'année à partir de laquelle le nombre de visiteurs dépassera 9000.

On note u_0 le nombre de visiteurs en 2014 et u_n, le nombre de visiteurs en 2014 + n, ($n \in \mathbb{N}$).

1. Justifie qu'en 2015 le nombre de visiteurs u_1 est 6800.

2. Calcule le nombre de visiteurs en 2016.

3. On admet que, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = (0,8)\times u_n + 2\,000$.
   On pose, pour tout entier naturel n, $v_n = u_n - 10\,000$.
   a) Démontre que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 0,8 et de premier terme - 4 000.
   b) Exprime, pour tout entier naturel n, v_n en fonction de n.
   c) Justifie que, pour tout entier naturel n, $u_n = 10\,000 - 4\,000\times(0,8)^n$.

4- *a*) Détermine le plus petit nombre entier naturel n pour lequel $10\,000 - 4\,000\times(0,8)^n > 9\,000$.
   b) Détermine l'année à partir de laquelle le nombre de visiteurs dépassera 9000.

EXERCICE 2

Une association de jeunes d'un village a organisé en avril 2006, la première édition de la manifestation dénommée « le Beach ». Le Beach a lieu chaque année au même mois.
Le tableau ci-dessous donne le nombre de participants par année de 2006 à 2013.

Année	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
Rang x de l'année	1	2	3	4	5	6	7	8
Nombre y de participants	160	240	280	320	400	480	560	640

On désigne par X le caractère « rang de l'année » et par Y le caractère « nombre de participants ».

1. Représente le nuage de points associé à la série statistique double (X, Y) dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J). On prendra 1 cm pour une (1) année sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 100 participants sur l'axe des ordonnées.

2. a) Détermine les coordonnées du point moyen G de cette série.
   b) Place le point G dans le repère (O, I, J).

3- *a*) Justifie que la variance V(X) du caractère X est égale à 5,25.
   b) Démontre que la covariance Cov(X,Y) de la série statistique est égale à 352,5.
   c) On donne à la variance V(Y) du caractère Y la valeur 23975.
   Démontre que le coefficient de corrélation linéaire r est égal à 0,99.
   d) Déduis-en qu'un ajustement linéaire par la méthode des moindres carrés est justifié.
4. Démontre qu'une équation de la droite de régression (D) de Y en X par la méthode des moindres carrés est : $y = 67{,}14x + 82{,}87$.

5. En admettant que cette évolution se poursuive, détermine l'année à partir de laquelle le nombre de participants dépassera 1000.

EXERCICE 3

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J). L'unité graphique est égale à 2 cm.
On donne la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (-x + 2)e^x$.
On désigne par (C) la courbe représentative de f dans le plan muni du repère (O, I, J).

1. *a*) Justifie que : $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 0$.
   b) Interprète graphiquement le résultat de la question précédente.
2. Justifie que : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$.

3. On suppose que f est dérivable sur $\mathbb{R}$.
   a) Démontre que, pour tout nombre réel x, $f'(x) = (-x + 1)e^x$.
   b) Vérifie que $f'(1) = 0$.
   c) Justifie que f est croissante sur $]-\infty, 1[$ et décroissante sur $]1 ; +\infty[$.
   d) Dresse le tableau de variation de f.

4. *a*) Recopie puis complète le tableau ci-dessous.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	2,5
Arrondi d'ordre 1 de $f(x)$	0,1		0,5			2,7		-6,1

   b) Trace la courbe (C) sur l'intervalle [- 4 ; 2,5].

5. On considère la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par : $F(x) = (-x + 3)e^x$.
   a) Justifie que, pour tout $x \in]-\infty ; 2]$, $f(x) \geq 0$
   b) Justifie que F est une primitive de f sur $\mathbb{R}$.
   c) Calcule, en cm², l'aire de la partie du plan limitée par la courbe (C), la droite (OI) et les droites d'équation $x = -2$ et $x = 2$.