

Correction Sujet A1 Maths.

(1)

Exercice 1 (2pts)

1. $V(0,5)$

2. $V(0,5)$

3. $V(0,5)$

4. $F(0,5)$

Exercice 2 (2pts)

1. $A(0,5)$

2. $D(0,5)$

3. $A(0,5)$

4. $D(0,5)$

Exercice 3 (5pts)

1. Calculons U_1, U_2, U_3 et U_4

$$U_1 = \frac{19}{2} \text{ (0,5r)} \quad U_2 = \frac{73}{8} \text{ (0,5r)} \quad U_3 = \frac{283}{32} \text{ (0,5r)} \quad U_4 = \frac{1105}{128}$$

2. a) calculons V_1, V_2, V_3 et V_4

$$V_1 = \frac{3}{2} \text{ (0,5r)} \quad V_2 = \frac{9}{8} \text{ (0,5r)} \quad V_3 = \frac{27}{32} \text{ (0,5r)} \quad V_4 = \frac{81}{128}$$

b) Démontrons que (V_n) est une suite géométrique dont on déterminera la raison

$$V_n = U_n - 8$$

$$V_{n+1} = U_{n+1} - 8$$

$$V_{n+1} = \frac{3}{4}U_n + 2 - 8$$

$$V_{n+1} = \frac{3}{4}U_n - 6$$

$$V_{n+1} = \frac{3}{4}(U_n - 8)$$

$$= \frac{3}{4}V_n \text{ (0,5r)}$$

$$\frac{V_{n+1}}{V_n} = \frac{3}{4} \text{ alors } V_n \text{ est une suite géométrique de raison } \frac{3}{4} \text{ (0,5r)}$$

c) Démontrons que $\forall n \in \mathbb{N}, V_n = 2 \left(\frac{3}{4}\right)^n$

$$V_n = V_0 \times q^n$$

$$V_n = 2 \times \left(\frac{3}{4}\right)^n \text{ (0,5r)}$$

3. a) Exprimons U_n en fonction de V_n

$$V_n = U_n - 8$$

$$U_n = V_n + 8 \quad (0,1r)$$

b) Déduisons l'expression de U_n en fonction de n .

$$U_n = V_n + 8 \quad \text{or} \quad V_n = 2 \left(\frac{3}{4} \right)^n$$

$$U_n = 2 \left(\frac{3}{4} \right)^n + 8 \quad (1)$$

Exercice 4 (6pts) $h(x) = -2x + 3 + e^x$

1- Déterminons $\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} h(x) &= \lim_{x \rightarrow -\infty} (-2x + 3 + e^x) \\ &= +\infty \quad (0,2r) \quad \text{car} \begin{cases} \lim_{x \rightarrow -\infty} (-2x + 3) = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(-2 + \frac{3}{x} + \frac{e^x}{x} \right) \\ &= +\infty \quad (0,2r) \quad \text{car} \begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} -2 + \frac{3}{x} + \frac{e^x}{x} = +\infty \end{cases} \end{aligned}$$

2 - a) Justifions que (D) est une asymptote à (C) en $-\infty$

$$\forall x \in \mathbb{R}, \text{ on a: } [h(x) - (2x + 3)] = e^x$$

$$\text{donc } \lim_{x \rightarrow -\infty} [h(x) - (2x + 3)] = \lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0 \quad (0,2r)$$

Par suite, la droite (D) d'équation $y = 2x + 3$ est une asymptote oblique à (C) en $-\infty$.

b) Étudions la position relative de la droite (D) et la courbe (C).

$$\text{Pour tout nombre réel } x, [h(x) - (2x + 3)] = e^x \quad (0,1r)$$

or pour tout $x \in \mathbb{R}$, $e^x > 0$ donc (C) est au-dessus de (D) sur $\mathbb{R}$. (0,1r)

3. a) Pour tout nombre réel $x \in \mathbb{R}$, $h'(x) = -2 + e^x$ (0,1r) (3)
- b) $\forall x \in]\ln 2; +\infty[$, $h'(x) > 0$. Donc la fonction h est croissante sur $] \ln 2; +\infty[$. (0,1r)
- $\forall x \in]-\infty; \ln 2[$, $h'(x) < 0$. Donc la fonction h est décroissante sur $] -\infty; \ln 2[$. (0,1r)

c) Tableau de Variation

x	$-\infty$	$\ln 2$	$+\infty$
$h'(x)$			
$h(x)$	$+\infty$	3,6	$+\infty$

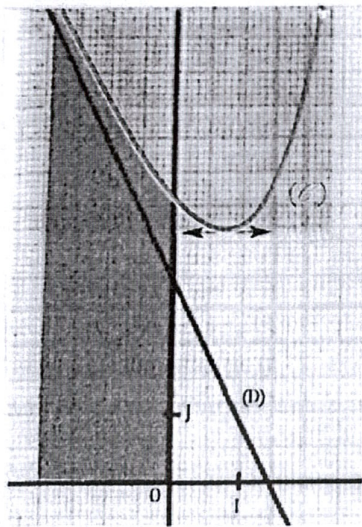
on a: $h(\ln 2) = 5 - 2\ln 2$

donc $h(\ln 2) \approx 3,6$

4. a) Tableau de Valeurs

x	-3	-2,5	-2	-1,5	-1	0	1	$\ln 2$	2
Arrondi d'ordre 1 de $h(x)$	9	8	7,1	6,2	5,3	4	3,7	3,6	6,3

b) Représentation graphique



(1 pt)

5. a) Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par: $f(x) = -x^2 + 3x + e^x$

on a: $f'(x) = -2x + 3 + e^x$
 $= h(x)$ (0,1r)

b) Voir la courbe

c) L'aire, en cm^2 , de la partie hachurée est égale à:

$$\int_{-2}^0 h(x) dx = f(0) - f(-2)$$

$$= 11 - e^{-2}$$

(0,1r)

on a: $\int_{-2}^0 h(x) dx = 10,86 \text{ cm}^2$

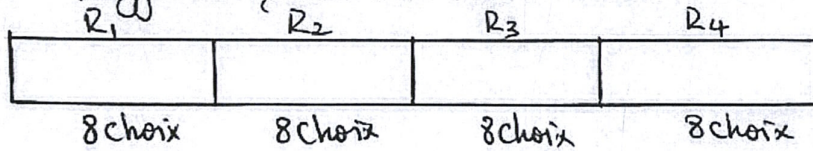
(0,1r)

Exercice 5

(5pts)

4

- 1) Numérotons les roues R_1, R_2, R_3 et R_4 . Et, on note les fruits affichés dans le même ordre.

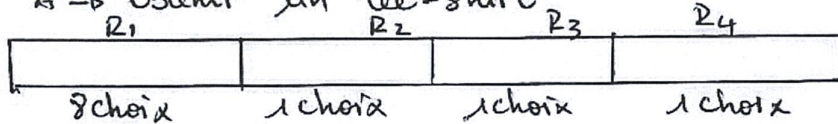


Soit N le nombre de choix cherché

$$N = 8^4 = 4096$$

- 2) - A: « on fait apparaître 4 fruits identiques »

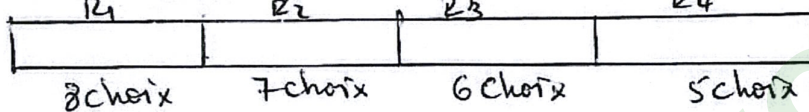
A $\rightarrow$ obtenir un tee-shirt



$$P(A) = \frac{8 \times 1 \times 1 \times 1}{8^4} = \frac{1}{512}$$

- B: « on fait apparaître 4 fruits distincts »

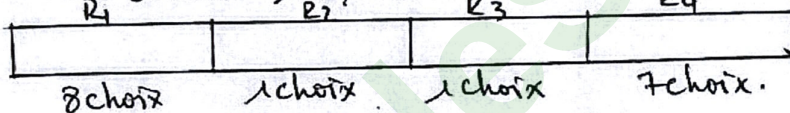
B $\rightarrow$ obtenir une casquette



$$P(B) = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5}{8^4} = \frac{105}{256} = \frac{210}{512}$$

- C: « on fait apparaître exactement 3 fruits identiques »

C $\rightarrow$ obtenir un sac



Et on permute les 4 fruits : 4 choix

$$P(C) = \frac{8 \times 1 \times 1 \times 7 \times 4}{8^4} = \frac{7}{128} = \frac{28}{512}$$

- 3) $P(A) < P(C) < P(B)$

D'où, il est plus probable d'obtenir une casquette.