

Exercice 1

1. C ; 2. B ; 3. B ; 4. A

$$0,5 \times 4$$

Exercice 2

1. F ; 2. V ; 3. V ; 4. V

$$0,5 \times 4$$

Exercice 3

1. a. $U_1 = \frac{3}{4}$ $(0,25)$

$$U_2 = \frac{9}{10} \quad (0,25)$$

b) pour tout entier naturel n , notons P_n la proposition : $0 < U_n$

Si $n = 0$ alors $U_0 = \frac{1}{2} > 0$ donc P_0 est vraie
Supposons que pour k entier naturel quelconque on ait P_k vraie

Démontrons que P_{k+1} est vraie

Par hypothèse de récurrence $0 < U_k$ donc

$0 < 3U_k$ et $0 < 1 + 2U_k$ aussi U_{k+1} est le quotient de deux nombres strictement positifs donc $0 < U_{k+1}$ et P_{k+1} est vraie

- P_0 est vrai, P_n est vraie par le principe de récurrence

On a bien tout entier naturel n , $0 < U_n$

2.a. 1^{ere} méthode

(0,5)

Comme pour tout entier naturel n , $0 < U_n$,
pour étudier les variations de la suite
on peut comparer $\frac{U_{n+1}}{U_n}$ et 1

$$\frac{U_{n+1}}{U_n} = \frac{3}{1+2U_n} \quad \text{or } U_n < 1 \Leftrightarrow 2U_n < 2 \\ \Leftrightarrow 1+2U_n < 3$$

$$\text{Donc } \frac{3}{1+2U_n} > 1$$

(0,5)

Finalement la suite est croissante

2^{eme} méthode

$$U_{n+1} - U_n = 2U_n(1 - U_n) \text{ or } 1 - U_n > 0$$

Donc la suite est croissante

b. la suite U_n est croissante et majorée par 1
elle converge (0,25)

$$3.a. V_{n+1} = 3V_n \quad (0,5)$$

la suite V_n est donc géométrique de raison 3

b. pour tout entier naturel n , $V_n = 3^n$ (0,25)

c. pour tout entier naturel n ,

$$U_n = \frac{V_n}{1+V_n} \Leftrightarrow U_n = \frac{3^n}{3^n+1} \quad (0,25) \quad 2/7$$

$$d. \quad U_n = \frac{3^n}{3^n+1} = \frac{1}{1 + \frac{1}{3^n}} = \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{3}\right)^n}$$

Comme $-1 < \frac{1}{3} < 1$ alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^n = 0$

Par conséquent $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 1 \quad (0,25)$

leSavoir.net

Exercice 4

3/7

1. Déterminons tous les points.

$y \backslash x$	0	1	2
0	(0;0)	(1;0)	(2;0)
1	(0;1)	(1;1)	(2;1)
2	(0;2)	(1;2)	(2;2)

Voir papier millimétré

2. le point est sur l'abscisse donc $y=0$

$$P(A) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} \quad (0,25)$$

il n'y a donc deux cas favorable à B

- le cas où $x=0$ et $y=1$

- le cas où $x=1$ et $y=0$

$$P(B) = \frac{2}{9} \quad (0,25)$$

3. les valeurs possibles de x

$$X(\Omega) = \{0, 1, 2, 4, 5, 8\} \quad (0,25)$$

x	0	1	2	4	5	8
$P(X=x)$	$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{9}$

(0,5)

$$E(X) = \frac{10}{3} \quad (0,25)$$

$$b. D = (\sqrt{x} \leq 1,7) \quad (0,5)$$

$$P(D) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) = \frac{1}{9} + \frac{2}{9} + \frac{1}{9} = \frac{4}{9}$$

$$4. P(C) = 1 - \left(1 - \frac{4}{9}\right)^5 = 1 - \left(\frac{5}{9}\right)^5$$

$$P(C) = \frac{55924}{59049} \quad (0,75)$$

$$5. P(E) = 1 - \left(\frac{5}{9}\right)^n$$

$$P(E) \geq 0,9999 \Leftrightarrow 1 - \left(\frac{5}{9}\right)^n \geq 0,9999$$

$$n = 12 \quad (0,5)$$

Exercice 5

4/7

I)

1. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ (0,25) et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -1$ (0,25)

2. a. $\forall x \in \mathbb{R}, g'(x) = (x-2)e^{-x}$ (0,25)

b. $\forall x \in]-\infty; 2[$, g est strictement décroissante sur $]-\infty; 2[$ (0,25)

$\forall x \in]2; +\infty[$, g est strictement croissante sur $]2; +\infty[$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$g'(x)$	-	0	+
$g(x)$	$+\infty$	$-e^{-2} - 1$	-1

(0,25)

$g(0) = 0$

$\forall x \in]-\infty; 0[$, $g(x) > 0$

$\forall x \in]0; +\infty[$, $g(x) < 0$

(0,25)

II)

1. a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ (0,25) et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ (0,25)

b. (c) admet une branche parabolique de direction (05) (0,25)

2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$

(0,25)

3. $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) + x] = 0$. Donc la droite d'équation

$y = -x$ est une asymptote à (c) en $+\infty$. (0,25)

4. $\forall x \in]-\infty; 0[$, (c) est ~~au~~ en dessous de (Δ)

$\forall x \in]0; +\infty[$, (c) est au dessus de (Δ)

Pour $x = 0$ (c) et (Δ) se coupent

(0,25)

5. a. $\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) = f(x)$ (0,25)

b. $\forall x \in]-\infty; 0[$, $f'(x) > 0$. Donc f est strictement croissante sur $]-\infty; 0[$.

$\forall x \in]0; +\infty[$, $f'(x) < 0$. Donc f est strictement décroissante sur $]0; +\infty[$. (0,5)

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	$-\infty$	0	$-\infty$

(0,25)

Pour aider le responsable, nous allons utiliser nos connaissances liées à la fonction exponentielle et fonction puissance.

- Pour vérifier la baisse, nous allons étudier les variations de la fonction $n(t)$ sur $]0; +\infty[$

- Pour faire une estimation de l'année, nous allons résoudre l'inéquation $n(t) < 1500$ dans $\mathbb{R}_+$

- Conclusion

(0,75)

$$\frac{1}{4} \rightarrow 0,25$$

$$\frac{2}{4} \rightarrow 0,5$$

A partir de

$$\frac{3}{4} \rightarrow 0,75$$

(2)

$$\frac{1}{2} \rightarrow 0,5$$

$$\frac{2}{2} \rightarrow 0,75$$

$$\frac{3}{2} \rightarrow 1$$

$$\frac{4}{2} \rightarrow 1,5$$

A partir de 5/7

$$\rightarrow 2$$

$$\forall t \in]0; +\infty[, n(t) = 60000 \times 0,85^t$$

n est dérivable sur $]0; +\infty[$

$$\bullet h'(t) = 60000 \times \ln(0,85) \times 0,85^t$$

$$\bullet \forall t \in]0; +\infty[, 0,85^t > 0 \text{ et } \ln(0,85) < 0$$

$$\bullet \forall t \in]0; +\infty[, h'(t) < 0$$

$t \rightarrow h(t)$ est strictement décroissante sur $]0; +\infty[$

$$\bullet t \in]0; +\infty[, h(t) < 1500$$

$$0,85^t < \frac{1}{40}$$

$$t > \frac{-\ln(40)}{\ln(0,85)}$$

$$\bullet \text{ Donc pour } t > 23, h(t) < 1500$$

$\bullet$ le ministre a raison

$\bullet$ la fonction est décroissante donc le nombre baisse chaque année

$\bullet$ le nombre passera en dessous de 1500 à partir de l'année 2043.

(0,75)

$$\frac{1}{3} \rightarrow 0,33$$

A partir de 2/3

$$\rightarrow 0,75$$

$\bullet$ Présentation (par le surcharge)

$\bullet$ Originalité

$\bullet$ Conclusion

(0,5)

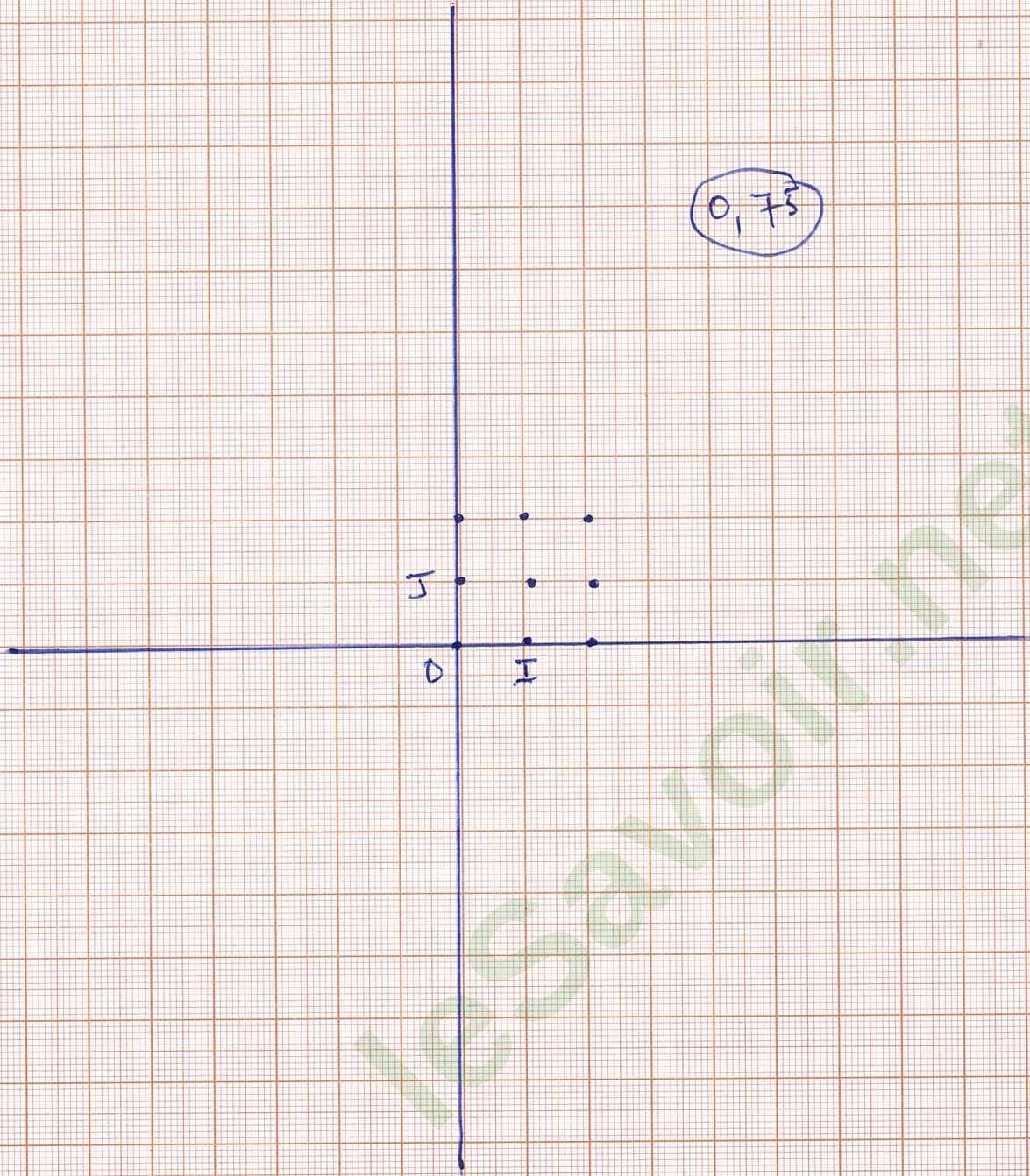
$$\frac{1}{3} \rightarrow 0,33$$

A partir de 2/3

$$\frac{2}{3} \rightarrow 0,66$$

6/7

$(0, 75)$



$$(\Delta): 0,45$$

$$(C): 0,5$$

 (Δ)

J

I

O

lesavoir.net