www.leSavoir.net



..............................................................................................................................

**EXAMEN BLANC REGIONAL DU BACCALAUREAT** **SESSION FEVRIER 2020**

# EPREUVE DE MATHEMATIQUES

**SERIE C**

**Durée : 4 heures**
**Coefficient : 5**

***Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1/3, 2/3 et 3/3.***
***Chaque élève devra fournir une (01) feuille de papier millimétré.***
***Toute calculatrice scientifique est autorisée.***

**Exercice 1 :** (4 points)

On considère les nombres A et B tels que :

A = $10^{6n+2} + 10^{3n+1} + 1$ et B = $10^{9n} + 10^{6n} + 10^{3n} + 1$ ($n \in IN$).

1- Vérifie que : $10^3 - 1 = 9 \times 111$ ; $10^3 + 1 = 7 \times 11 \times 13$.

2- Démontre que :

a) $\forall n \in IN, A$ est divisible par 111 ;

$b$) Si n est impair, alors A est divisible par 7 et par 13

3- a) Si n est impair, démontre que B est divisible par 7, 11 et 13.

b) si n est pair, détermine le reste de la division euclidienne de B par 7, 11, 13 et 111.

**Exercice 2 :** (5 points)

Dans le plan (P) muni du repère orthonormé (O ;$\vec{u}, \vec{v}$) on définit les points A(1 ; 0), B $(\frac{3}{2};\frac{1}{2}), C(\frac{3}{2};-\frac{1}{2})$ et (D) la droite d'équation :x = 4.

1- Détermine les coordonnées du point G tel que

$\overrightarrow{CG} = \overrightarrow{AB}$. Quelle est la nature du $quadrilatère\ ABGC$ ?

2- On note l'ensemble (E) des points M(x ; y) du plan vérifiant :

$-MA^2 + MB^2 + MC^2 = 2(x-4)^2$

a) Montre que (E) est l'ensemble des points M vérifiant :

MG = $\sqrt{2}\, MH$ avec H le projeté orthogonal de M sur (D).

b) En déduis la nature de (E) et précise ses éléments caractéristiques.

c) Représente ensuite (E) dans le repère orthonormé (O ;$\vec{u}, \vec{v}$)

**EXAMEN BLANC REGIONAL DU BACCALAUREAT SESSION FEVRIER 2020**

**Problème :** (11 points)

On considère la fonction dérivable sur]0 ;∞[ et définie par

f(x) = ln²(x) –x². On note ($C_f$) la courbe représentative de f dans le plan muni du repère orthonormal direct (O, I, J).

Unité graphique : 4 cm en abscisses et 1cm en ordonnées

**Partie A**

On considère la fonction dérivable sur ]0 ; + ∞[ $et\ définie\ par : g(x) = \ln(x) - x^2$

1- Détermine le sens de variation de g.

2- Dresse le tableau de variation de g (On ne demande pas de calculer les limites aux bornes).

Démontre que : $\forall x \in ]0;\ +\infty[\ ; g(x) < 0$

**Partie B**

1- Calcule les limites de f à droite en 0. En déduire une interprétation graphique du résultat obtenu.

2- a) Calcule la limite de f en + ∞ et la limite lorsque x tend vers +∞ de $\frac{f(x)}{x}$

b) En déduire une interprétation graphique de ces résultats.

3- Démontre que pour tout nombre réel strictement positif x ;

f'(x) = $\frac{2}{x}g(x)$

4- Détermine le sens de variation de f puis dresse son tableau de variation

5- a) Démontre que l'équation f(x) = 0 admet une unique solution a dans l'intervalle $]0\ ;+\infty[$

b) Vérifie que : 0,56 < a < 0,57.

6- Détermine une équation de la tangente (T) à (Cf) au point d'abscisse 1.

**Partie C**

On désigne par U et V les fonctions définies sur ]0 ; +∞[ par :

U(x) = ln(x) – x + 1 et V(x) = ln(x) + x – 1.

1-a) Calcule U(1) et V(1).

b) En utilisant le sens de variation de U, justifie que :

**EXAMEN BLANC REGIONAL DU BACCALAUREAT SESSION FEVRIER 2020**

$$\forall x \in ]0\,;1[ \cup ]1\,;+\infty[\,; U(x) < 0$$

c) Démontre que : $\forall x \in ]0\,;1\,[\,; V(x) < 0$ *et* $\forall x \in ]\,1\,;+\infty[\,; V(x) > 0$

2- Soit h la fonction définie par : h(x) = f(x) – (-2x +1)

a) Justifie que : $\forall x \in ]0;\,+\infty[$ ; h(x) = UV(x)

b) Détermine le signe de h(x) suivant les valeurs de x

c) En déduis les positions de (Cf) relativement à la tangente (T)

3- Trace (T) et (Cf). On prendra $\alpha$ = 0,6.

**Partie D**

On considère la fonction K définie sur [0 ; $\alpha$[ : $\begin{cases} K(x) = \frac{x}{f(x)}\,; si\ x \in ]\,0;\,\alpha[ \\ K(0) = 0 \end{cases}$

1- Démontre que K est dérivable à droite en 0. Interprète graphiquement ce résultat.

2- Calcule la limite de K à gauche en $\alpha$. Interprète graphiquement ce résultat.

3- Démontre que K est strictement croissante sur $]\,0\,;\,\alpha[$

4- Dresse le tableau de variation de K.

5- Construis la courbe (Ck) de K dans le repère (O ;I ;J).

6- Soit v la restriction de f à $]\,0;\,\alpha[$

Justifie que v est une bijection de $]\,0;\,\alpha[\ sur\ ]0;\,+\infty[$

On note $v^{-1}$ la bijection réciproque de v et H la fonction définie sur $]\,0;\,+\infty[$ par : H(x) = $\frac{v^{-1}(x)}{x}$

On pose $\Psi = H'ov$

Détermine une primitive sur $]\,0;\,\alpha[$ de la fonction $\Psi$.