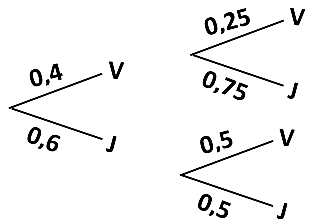
BACCALAUREAT BLANC **Coefficient : 4**
SESSION FEVRIER 2020 **Note : 20/20**

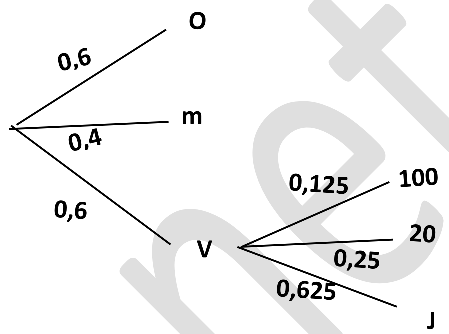
CORRIGE ET BAREMEMATHEMATIQUES

SERIE D

CORRECTION 1 **6 points**

Arbre de probabilités :





1. **2 points**

a) P (v) = 0,4 x 0,25 = 0,1 et P (J) = 0,6 x 0,5 = 0,3 **0,5 point**

b) On note $P_V(R)$ la probabilité pour le joueur d'être remboursé sachant qu'il a obtenu deux boules vertes. Déterminer $P_V(R) = \frac{5}{8}$ *puis P* $(R \cap V) = 0{,}1 \times \frac{5}{8} = \frac{1}{16}$ **0,5 point**

c) $P(R) = \frac{3}{10} + \frac{1}{16} = \frac{29}{80}$ **0,5 point**

d) P (100 francs)= $\frac{1}{8}$ P (20 francs)= $\frac{1}{40}$ **0,5 point**

2. **2,5 points**

a) $x = \{-m; 0; 20-m; 100-m\}$ **0,5 point**

b) $p(x=-m) = \frac{6}{10}, p(x=0) = \frac{29}{80}, p(=20-m) = \frac{1}{40}$ *et* $p(x=100-m) = \frac{1}{80}$

1 point

c) E(x) = -m x p (x=-m) + 0 x p(x=0) + (20-m) x p (x=20-m) + (100-m) x p(x=100-m)

$E(x) = \frac{\mathbf{140-51m}}{\mathbf{80}}$ **0,75 point**

d) On cherche m tel que E(x) < 0. En effet x désignant le gain du joueur, il faut que son gain moyen (espérance) soit négatif. On trouve alors la solution en résolvant l'inéquation 140 – 51 m < 0 et on trouve m ≥ 3. **0,25 point**

3. **1 point**

a)Y est la variable qui compte le nombre de succès obtenus dans la répétition de 5 épreuves de Bernoulli, identiques et indépendantes. Donc y suit la loi binomiale de paramètres $n = 5$ et $p = \frac{3}{80}$ **0,25 point**

b) y= (0 ;1 ;2 ;3 ;4 ;5) **0,25 point**

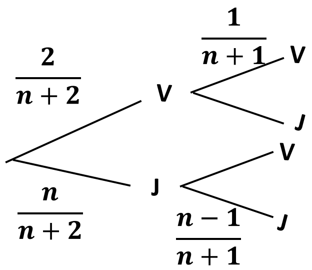
c) Ala calculatrice, on remarque qu'au-delà de k≥3, p(y=k)≈ 0

$p\ (y=0) \approx 0{,}826, p(y=1) \approx 0{,}1609, \ldots$ **0,25 point**

d) Pour une loi binomiale le calcul de l'espérance est direct :

E (v) = n x p = 5 x $\frac{3}{80} = \frac{15}{80} \approx 0{,}1875$ **0,25 point**

4. **1 point**



Puisque P(G) = P(V) + P(J) =$\frac{2}{(n+1)(n+2)} + \frac{n(n-1)}{(n+1)(n+2)} = \frac{n^2-n+2}{(n+1)(n+2)}$

Donc la condition P(G) ≥ $\frac{1}{2}$ se traduit par l'inéquation $\frac{n^2-n+2}{(n+1)(n+2)} \geq \frac{1}{2}$ puis par l'inéquation après simplification, $n^2-5n+2 \geq 0$. Après traitement (calcul du discriminant, calcul des racines et interprétation), la condition est vérifiée dès que $n \geq 5$.

<u>CORRECTION 2</u> **4 points**

1. **1,5 points**

a) iy solution de l'équation P (Z) =0, soit P(iy)=0, soit $-iy3$ (1$-$ $i\sqrt{2}$) y²+ (74- $i\sqrt{2}$) iy-74 $i\sqrt{2}=0 \Leftrightarrow$ $(y^2+\sqrt{2y})i(-y3+\sqrt{2y^2}+74y-74\sqrt{2})=0$

Ceci donne le système $\begin{cases} y^2+\sqrt{2y}=0 \\ -y3+\sqrt{2y}^2+74y-74\sqrt{2}=0 \end{cases}$; la première ligne donner comme solution y=0 qui ne convient pas dans la seconde ligne et y = - $\sqrt{2}$ **0,5 point**

b) P(Z) = (Z-$i\sqrt{2}$) (Z²+aZ+b)= (Z-$i\sqrt{2}$)(Z² + Z+74) **0,5 point**

c) P(Z)=0 :Z²+Z+74 = 0 , Δ=1 – 296 = -295 = $i^2x5x59\ d'où\ les\ racines$ $z_1 = i\sqrt{2}$,

$Z_2 = \frac{-1+\sqrt{295}}{2}$, $Z_3 + \frac{-1-i\sqrt{295}}{2}$, **0,5 point**

2. **2,5 points**

a) Papier millimétré **0,75 point**

b) Placer le point C **0,25 point**

ABCN est un parallélogramme si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{NC} \Leftrightarrow Z_N = Z_A - Z_B + Z_C$

$$Z_N = 7 + 5i - 7 + 5i + 1 + i$$

$$Z_N = 1 + 11i$$ **0,5 point**

Calculer Z = $\frac{ZA-ZC}{ZD-ZB} = \frac{-7+5i-1-i}{1+11i+7+5i} = \frac{-8+4i}{8+16i} = \frac{(-2+i)(2-4i)}{4+162} = \frac{10i}{20} = \frac{1}{2}i = \frac{1}{2}e^{i\frac{\pi}{2}}$ **0,5 point**

On donc $(\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{CA}) = \frac{\pi}{2}$ donc les droites (AC) et (BD) sont perpendiculaires ; comme ABCD est un parallélogramme, c'est un losange **0,5 point**

CORRECTION 3 **10 points**

PARTIE A **3 points**

$f(x) = \frac{x}{x+1} - 2\ln(x+1)$, $D_f =]-1 ; +\infty[$

1. **1,25 point**

   f est dérivable comme somme de fonctions dérivables :

   en effet, $u : x \rightarrow \frac{x}{x+1}$ *est dérivable dur* D_f.

$$f'(x) = \frac{x+1}{(x+1)} - 2\,\frac{1}{x+1} = \frac{1-2(x+1)}{(x+1)^2} = \frac{-2x-1}{(x+1)^2}$$ **0,25 point**

$$f'(x) \geq 0 \Leftrightarrow -2x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \leq -\frac{1}{2}$$ **0,25 point**

x	-1		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	
$f(x)$		$-\infty$ ↗	$f(1/2)$	↘	$-\infty$

0,5 point

$\lim\limits_{\substack{x \to -1 \\ x > 1}} f(x) = \lim\limits_{\substack{x \to -1 \\ x > 1}} \frac{x - 2(x+1)\ln(x+1)}{x+1} = -\infty$ car $\lim\limits_{X \to 0}$ Xlnx = 0^-

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{x}{x+1} - 2\ln(x+1) = -\infty \text{ car limite } \lim_{x\to+\infty} \frac{x}{x+1} = 1 \text{ et } \lim_{x\to+\infty} -2\ln(x+1) = -\infty$$

$f(-1/2) = \frac{-1/2}{1/2} - 2\ln\frac{1}{2} = -1 + 2\ln 2 \approx 0{,}39$, $f(0) = 0$. **0,25 points**

2. **1,75 points**

f est continue et strictement croissante sut l'intervalle]-1 ; -1/2[et $f(x)$ change de signe cet intervalle, il existe donc un nombre $\propto$ $de\ ]-1\,;\,-1/2[$ tel que $f(x)=0, f(-0{,}71)\approx 0{,}027$ et $f(-0{,}72)\approx -0{,}025\ donc\ -0{,}72\ <\propto<\ 0{,}71.$ **0,75 point**

Signe de $f(x)$

x	-1		$\propto$		0	$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$

1 point

<u>**PARTIE B**</u> **7 points**

$g(x)=\frac{\ln(x+1)}{x^2}$, D =]-1 ; 0 [$\cup$]0; +$\infty$[

1. **1 point**

a. $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x<0}} g(x)=\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x<0}}\frac{\ln(x+1)}{x}*\frac{1}{x}=-\infty\ car\ \lim\limits_{x\to 0}\frac{ln(x+1)}{x}=1$ et $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1}{x}=-\infty$ **0,25 point**

. $\lim\limits_{\substack{x\to+\infty\\ x\to 0\\ x<0}} g(x)=\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}}\frac{\ln(x+1)}{x}\ x\ \frac{1}{x}=+\infty\ car\ \lim\limits_{x\to+\infty}\frac{ln(x+1)}{x}=1$ et $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1}{x}=+\infty$ **0,25 point**

b) $\lim\limits_{x\to -1} g(x)=\lim\limits_{x\to -1}\frac{ln(x+1)}{x}*\frac{1}{x}=-\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{ln(x+1)}{x}*\frac{1}{x}=0$ **0,5 point**

car $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln(x)}{x}=O$ et $\lim\limits_{x\to 0}\frac{ln(x)}{x-1}=+\infty$

2. **1 point**

a. $g'(x)=\frac{\frac{x^2}{x+1}-2x*\ln(x+1)}{x^4}=\frac{\frac{x}{x+1}-2\ln(x+1)}{x^3}=\frac{f(x)}{x^3}$ **0,5 point**

x	-1		$\propto$		0	$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$
x^3		$-$		$-$		$+$
$g'(x)$		$+$		$-$		$-$

b. $g(\alpha)=\frac{\ln(\alpha+1)}{\alpha^2}$ on sait que f(α) $=0$ donc $\ln(\alpha+1)=\frac{\alpha}{2\alpha(\alpha+1)}$

On déduit que $g(\alpha)=\frac{\ln(\alpha+1)}{\alpha^2}=\frac{1}{2\alpha(\alpha+1)}*\frac{1}{\alpha^2}=\frac{1}{2\alpha(\alpha+1)}$ **0,5 point**

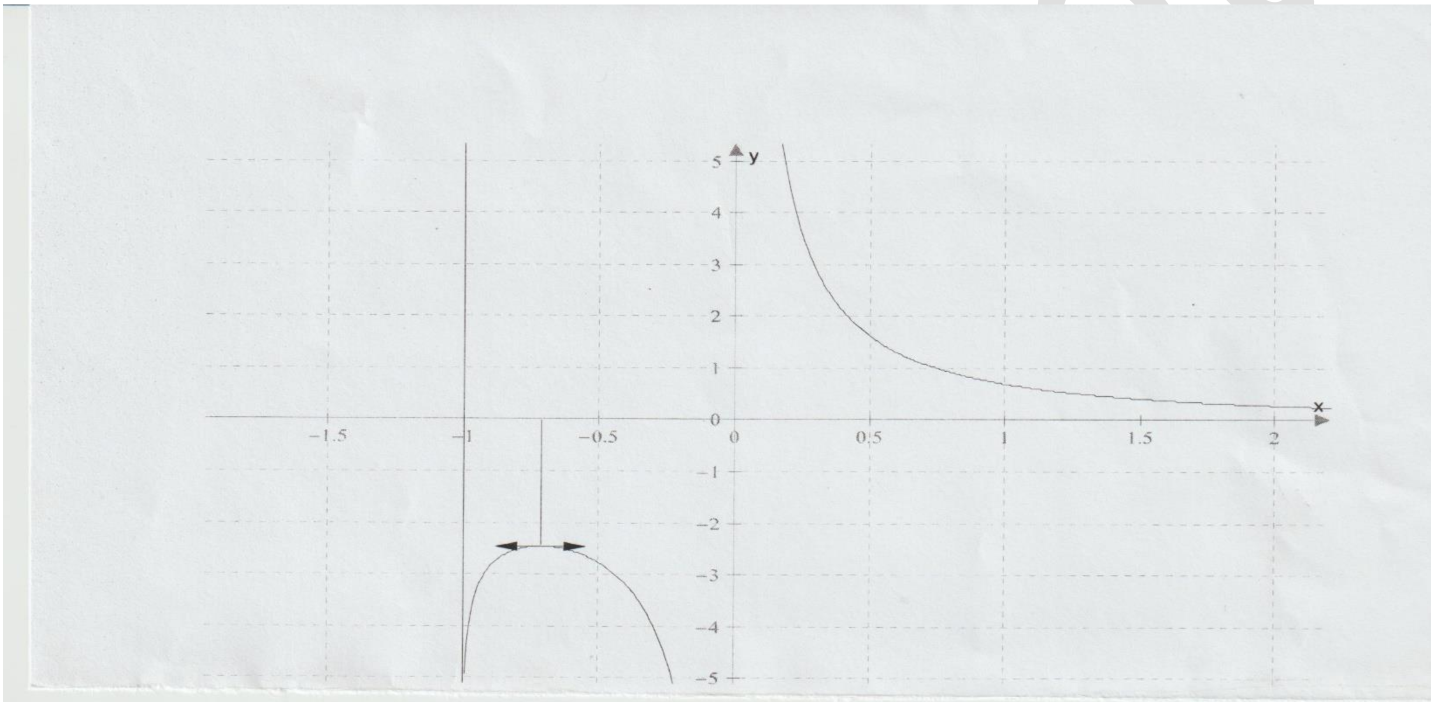
3. **2 points**

a.

x	-1		$\propto$		0		$+\infty$
$g'(x)$	‖	$+$	0	$-$	‖	$-$	
$g(x)$	‖ $-\infty$	$\nearrow$	$g(\alpha)$	$\searrow$	$-\infty$ ‖ $+\infty$	$\searrow$	$-\infty$

0,5 point

b. **1,5 points**



4. **3 points**

a) $\frac{h(x+1)}{x^2} - \frac{1}{x(x+1)}$. $u = \ln(x+1)$, $u' = \frac{1}{x+1}$, $v' = \frac{1}{x^2}$, $v = -\frac{1}{x}$

$$\Leftrightarrow h = uv' + u'v$$

La fonction $uv = -\frac{(lnx+1)}{x}$ est une primitive de h. **1 point**

b) $\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} = \frac{x+1-x}{x(x+1)} = \frac{1}{x(x+1)}$ donc la fonction $\ln(x) - ln(x+1)$ est primitive de $\frac{1}{x(x+1)}$

1 point

c) Une primitive de la fonction $g(x) = \frac{\ln(x+1)}{x^2} = h(x) + \frac{1}{x(x+1)}$ est

$$G(x) = \frac{\ln(x+1)}{x} + lnx - \ln(x+1) + k \text{ où } k \in \mathbb{R}$$ **1 point**