BACCALAUREAT BLANCSERIE :D
SESSION : FEVRIER 2020 **COEFFICIENT :**4
DUREE :4H

MATHEMATIQUES

Cette épreuve comporte trois pages numérotées $1/3$; $2/3$ *et* $3/3$
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.

EXERCICE 1

Soit f et g deux fonctions définies sur $\left[0\ ;\ \frac{\pi}{4}\right]$ par : $f(x) = \frac{\sin x}{(\cos x)^3}$ et $g(x) = \frac{1}{(\cos x)^4}$

1. Vérifier que $\forall x \in \left[0\ ;\ \frac{\pi}{4}\right]$, $f'(x) = \frac{3}{(\cos x)^4} - 2\frac{1}{(\cos x)^2}$
2. En déduire la primitive de g sur $\left[0\ ;\ \frac{\pi}{4}\right]$ qui s'annule en 0.

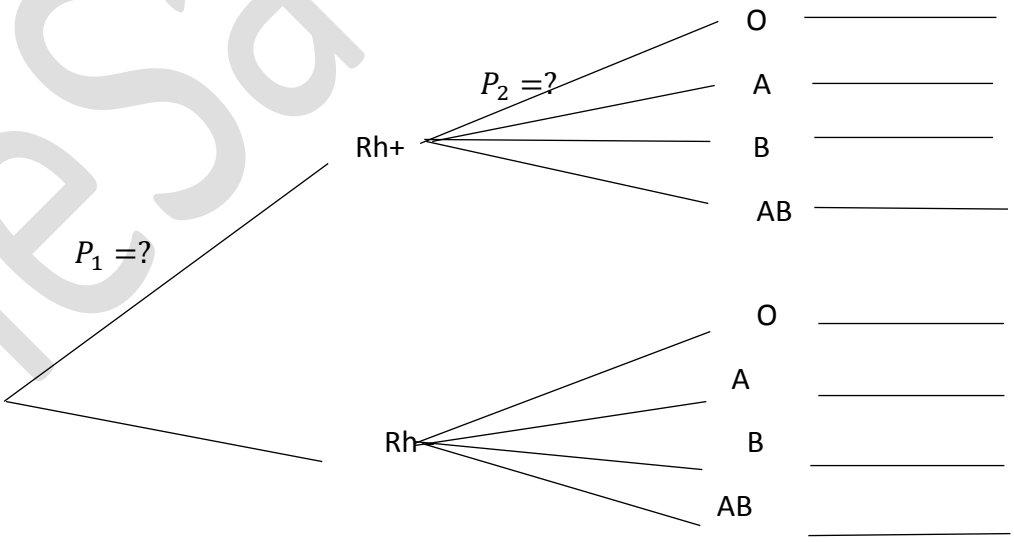
EXERCICE 2

Voici le tableau de répartition de principaux groupes sanguins des habitants d'une population.

Groupes	**O**	**A**	**B**	**AB**
Rhésus +	35%	38,1%	6,2%	2,8%
Rhésus -	9%	7,2%	1,2%	0,5%

Dans cet exercice, les résultats numériques demandés seront, s'il y a lieu, arrondis à 3 décimales.

L'objectif de cette question est de compléter à l'aide de données de ce tableau l'arbre suivant



On choisit au hasard une personne dans la population donnée.
On note : $\mathbf{R_{h+}}$ l'événement « *la personne a le facteur* **Rh+** »
O l'événement « *la personne appartient au groupe* **O** »

1) a) Déterminer la probabilité P ($\mathbf{R_{h+}}$) notée P_1. On détaillera le calcul effectué, puis on reportera ce résultat dans l'arbre. Déterminer de même la probabilité P_2
En détaillant les calculs.
b) Compléter le reste de l'arbre de probabilités.

2) a) Comment peut-on, à partir de l'arbre complété, déterminer la probabilité de **O** ? Vérifier ce résultat à partir du tableau.
b) Quelle est la probabilité pour qu'une personne appartenant au groupe **O** ait le facteur $\mathbf{R_{h+}}$?

3) a) On considère n personnes choisies au hasard dans la population donnée. Calculer, en fonction de n, la probabilité P_n pour qu'il y ait, parmi elles, au moins une personne du groupe **O.**
b) Calculer la plus petite valeur de n, pour laquelle $P_n \geq 0{,}999$.

PROBLÈME.

Partie A

On considère la fonction g définie sur $]0;\ +\infty[$ par $g(x) = -1 + x(lnx)^2$

1) Calculer la limite de g en $+\infty$ et justifier que -1 est la limite de g en 0.
2) a) Démontrer que $\forall x \in]0;\ +\infty[, g'(x) = (2 + lnx)lnx$.
b) Etudier le sens de variation de g et dresser son tableau de variation

3) a) Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α sur $\left]0\ ;\ +\infty\right[$et $2{,}02 < \alpha < 2{,}03$

b) Démontrer que $\forall x \epsilon]0; \alpha[, g(x) < 0 \text{et} \forall x \epsilon]\alpha; +\infty[, g(x) > 0$.

Partie B

Soit la fonction $f\ de\ \mathbb{R}\ vers\ \mathbb{R}$ définie par : $\begin{cases} f(x) = 1 + \frac{1}{lnx} + x \\ f(0) = 1 \end{cases}$

Et (C_f) sa courbe représentative dans le plan muni du repère orthonormé (O, I, J) d'unité graphique 2 cm

1) Justifier que l'ensemble de définition de f est $[0{,}1[\cup \left]1\ ;+\infty\right[$.
2) Etudier la continuité de f en 0.
3) a) Calculer les limites de f à gauche et à droite en 1.Interpréter graphiquement le résultat.
b) Calculer la limite de f en $+\infty$.

4) Etudier la dérivabilité de f en 0 et préciser une équation du support de la demi-tangente à (C_f) au point d'abscisse 0.

5) a) Justifier que $\forall x \epsilon \left]0\ ;\ +\infty\right[\backslash \{1\} f'(x) = \frac{g(x)}{x(lnx)^2}$

b) En déduire les variations de f, puis dresser son tableau de variation.

c) Interpréter graphiquement la valeur de $f'(\alpha)$.

6) a) Démontrer que $f(\alpha) = (\sqrt{\alpha} + \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4}$

b) En déduire que 4,45 une valeur approché de $f(\alpha)$ à 2×10^{-2} prés.

7) a) Démontrer que la droite (D) d'équation y=x+1 est une asymptote à (C_f).

b) Etudier la position relative de (C_f) par rapport à (D).

8) Construire (D) et (C_f).

Partie C

Soit h la restriction de f à $[\alpha; +\infty[$.

1) Démontrer que h est une bijection de $[\alpha; +\infty[$ dans un intervalle K que l'on précisera.
2) On désigne par h^{-1} la bijection réciproque de h et par $(C_{h^{-1}})$ sa courbe représentative.
   a) Calculer $h^{-1}(2 + e)$ puis $(h^{-1})'(2 + e)$.
   b) h^{-1} est-elle dérivable en $h(\alpha)$? Justifier la réponse.
   c) Préciser une équation de la tangente à $(C_{h^{-1}})$ au point d'abscisse h(α).
   d) Dresser le tableau de variation de h^{-1}
3) Tracer $(C_{h^{-1}})$ dans le même repère que (C_h).

leSavoir.net