



Lycée de Garçons de Bingerville
Année Scolaire 2017-2018

République de Côte d'Ivoire
Union - Discipline - Travail

BACCALAURÉAT BLANC SESSION DE MAI 2018

Durée : 3h 30 mn

MATHÉMATIQUES

Série D

EXERCICE 1 (3 points)

Soit X une variable aléatoire dont la loi de probabilité est donnée ci-dessous.

x_i	0	1	2	3
$p(X = x_i)$	0,15	0,24	0,35	0,26

1. Justifier que le tableau ci-dessus représente bien une loi de probabilité.
2. Calculer $p(X \geq 2)$
3. Calculer la variance de X .

On considère que la variable aléatoire X est égale au nombre de pièces blanches obtenues après un tirage de trois pièces d'une urne contenant des pièces rouges et blanches. Une partie est dite gagnée si le tirage amène au moins deux pièces blanches. Soit $p = 0,61$ la probabilité du gain.

4. Déterminer le nombre minimum n de parties à jouer pour que la probabilité p_n d'avoir au moins une partie gagnée soit supérieure à 0,999.

EXERCICE 2 (5 points)

La courbe représentative de la fonction f définie par $f(x) = \sqrt{2+x}$ est donnée sur la feuille annexe (Annexe à rendre avec la feuille de copie)

1. a) On considère la suite u définie par $u_0 = 0$ et $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \sqrt{2+u_n}$
Représenter graphiquement les 5 premiers termes de la suite u
- b) Conjecturer le sens de variation et la limite de la suite u .
2. a) En utilisant les variations de f et un raisonnement par récurrence, justifier que $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} \geq u_n$
- b) Justifier que la suite u est majorée par 2.
- c) En déduire que la suite u est convergente.
- d) Déterminer la limite de u .
3. a) Justifier que $\forall n \in \mathbb{N}$, on a $2 - u_{n+1} \leq \frac{2 - u_n}{2}$.
- b) En déduire que $\forall n \in \mathbb{N}$, on a $0 \leq 2 - u_n \leq \frac{1}{2^{n-1}}$.
- c) En déduire que la suite u converge vers 2.

PROBLÈME (12 points)

Partie A

On donne pour la suite du problème la fonction g de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par $g(x) = e^{-x} + 2x$.

1. Calculer les limites de g en $-\infty$ et en $+\infty$.
2. Étudier les variations de g et dresser son tableau de variation.
3. En déduire que $\forall x \in \mathbb{R}, g(x) > 0$. On prendra $g(-\ln 2) \simeq 0,6$

Partie B

On considère la fonction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par $f(x) = \ln(e^{-x} + 2x)$ et (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthogonal.

1. Justifier que l'ensemble de définition $D_f = \mathbb{R}$
2. a) Calculer la limite de f en $-\infty$
b) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et justifier que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$. Donnez-en une interprétation graphique.
3. a) Justifier que $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) + x = \ln(1 + 2xe^x)$
b) Justifier que la droite (D) d'équation $y = -x$ est asymptote oblique à (C_f) en $-\infty$
c) Étudier la position relative de (C_f) par rapport à (D) .
4. a) Justifier que $f'(x)$ et $g'(x)$ ont le même signe. On prendra $f(-\ln 2) \simeq -0,5$
b) En déduire le sens de variation de f puis dresser son tableau de variation.
c) Déterminer les coordonnées du point $A(a; f(a))$ de (C_f) où la tangente (T) à (C_f) est parallèle à la droite (D) d'équation $y = -x$
d) Déterminer une équation de la tangente (Δ) à (C_f) au point d'abscisse -1 .
5. a) Calculer $f(0)$ et conclure.
b) Justifier qu'il existe un unique réel $\alpha \in]-\infty; -1[$ tel que $f(\alpha) = 0$
c) Justifier que $-1,3 < \alpha < -1,2$ et donner un encadrement de α à 10^{-2} près.
d) Justifier que $\forall x \in]-\infty; \alpha[\cup]0; +\infty[, f(x) > 0$ et $\forall x \in]\alpha; 0[, f(x) < 0$
6. Construire la courbe (C_f) de f dans un repère orthogonal (O, I, J) .
Unités graphiques : 2 cm pour OI et 1 cm pour OJ

Partie C

Soit λ un nombre de l'intervalle $] -\infty; 0[$. Notons Δ la partie du plan limitée par la courbe (C_f) , la droite (D) et les droites d'équation $x = 0$ et $x = \lambda$, et ensuite $A(\lambda)$ l'aire en cm^2 de Δ

1. Hachurer le domaine Δ .
2. Traduire à l'aide d'une intégrale l'aire $A(\lambda)$
3. a) On pose $I = \int_{-1}^0 (x^2 - 1)e^{-x} dx$. Justifier par deux intégrations par parties que $I = -1$
Pour $\lambda = -1$, On pose $A(-1) = \left[-2\ln\left(1 - \frac{2}{e}\right) + \int_{-1}^0 \frac{2(x^2 - 1)}{e^{-x} + 2x} dx \right] \times uA$
et on admet que $\forall x \in]-1; 0[, \text{ on a } 2(x^2 - 1)e^{-x} < \frac{2(x^2 - 1)}{e^{-x} + 2x} < 2(x^2 - 1)e^{-x} + \frac{1}{2}$
b) Déterminer un encadrement de $A(-1)$ à 10^{-2} près.

MATHEMATIQUES

Feuille ANNEXE

SERIE D

Nom :

Prénom :

$$f(x) = \sqrt{2+x}$$

