www.leSavoir.net
Ministère de l'Education Nationale de l'Enseignement Technique et de La Formation Professionnelle
DRENET-FP : Agboville *** DDENET-FP : Tiassalé *** **COLLEGE SAINT MICHEL TIASSALE**

**DEVOIR DE NIVEAU 1er TRIMESTRE 2019 – 2020**

**Niveau : Tle** **Série : D** **Durée : 4H**

# EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1/2 et 2/2

## EXERCICE 1 (4 points)

On considère la fonction $f$ de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par : $f(x) = \frac{\sqrt{-x+1}-2}{x+3}$ et $(\mathcal{C}_f)$ sa courbe représentative dans un repère $(O, I, J)$.

1. **a)** Détermine l'ensemble de définition $\mathcal{D}_f$ de $f$.
   **b)** Calcule $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ et interprète graphiquement le résultat ci-possible.
2. **a)** Calcule $\lim_{x\to-3} f(x)$.
   **b)** La fonction $f$ admet-elle un prolongement par continuité en $-3$ ?
   Si oui, précise ce prolongement.

## EXERCICE 2 (5 points)

Akissi, une jeune diplômée sans emploi, a reçu un fonds et décide d'ouvrir un restaurant. Après un mois d'activité, elle constate que :

- Pour un jour donné, la probabilité qu'il y ait une affluence de clients est de 0,6 ;
- Lorsqu'il y a une affluence de clients, la probabilité qu'elle réalise un bénéfice est de 0,7 ;
- Lorsqu'il n'y a pas d'affluence de clients, la probabilité qu'elle réalise un bénéfice est de 0,4.

On choisit un jour au hasard.
On désigne par $A$ l'évènement « il y a une affluence de clients ».
On désigne par $B$ l'évènement « Akissi réalise un bénéfice ».
On désigne par $E$ l'évènement « il y a une affluence de clients et Akissi réalise un bénéfice ».

1. Traduis la situation par un arbre de probabilité.
2. **a)** Calcule $P(E)$, la probabilité de l'évènement $E$.
   **b)** Démontre que la probabilité $P(B)$ de l'évènement $B$ est de 0,58.
   **c)** Akissi a réalisé un bénéfice.
   Calcule la probabilité qu'il ait une affluence ce jour-là.
   ***On donnera l'arrondi d'ordre 2 des résultats ci-dessus.***
3. Akissi veut faire des prévisions pour trois jours successifs donnés.
   On désigne par $X$ la variable aléatoire égale aux nombres de jours où elle réalise un bénéfice sur les trois jours successifs.
   **a)** Détermine les valeurs prises par $X$.
   **b)** Détermine la loi de probabilité de $X$.
   **c)** Calcule l'espérance mathématique $E(X)$ et la variance $V(X)$ de $X$.

**PROBLEME (11 points)**

PARTIE A

Soit $g$ la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = 4x^3 + 3x^2 - 2$

1. Calcule $\lim\limits_{x \to -\infty} g(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$.
2. Démontre que pour tout $x$ élément de $\mathbb{R}$, $g'(x) = 6x(2x + 1)$.
3. Etudie le sens de variation de $g$ et dresse son tableau de variation.
4. **a)** Détermine que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution $\alpha$ sur $\mathbb{R}$.
   **b)** Vérifie que : $0{,}6 < \alpha < 0{,}61$.
5. Montre que : $\begin{cases} \forall\, x \in\ ]-\infty; \alpha[\,, g(x) < 0 \\ \forall\, x \in\ ]\alpha; +\infty[\,, g(x) > 0 \end{cases}$

PARTIE B

On considère la fonction $f$ définie sur $]-\infty; -1[\ \cup\ ]-1; +\infty[$ par : $f(x) = \frac{2x+1}{x^3+1}$

On désigne par $(\mathcal{C})$ la courbe de $f$ dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O, I, J)$.
Unité graphique : $1\,cm$.

1. **a)** Calcule $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$, $\lim\limits_{\substack{x \to -1 \\ <}} f(x)$ et $\lim\limits_{\substack{x \to -1 \\ >}} f(x)$.
   **b)** Interprète graphiquement ces résultats.
2. **a)** Démontre que pour tout $x \neq -1, f'(x) = \frac{-g(x)}{(x^3+1)^2}$.
   **b)** En-déduis le sens de variation de $f$ sur $\mathcal{D}_f$.
   **c)** Dresse le tableau de variation de $f$.
3. **a)** Détermine une équation de la tangente $(T)$ à $(\mathcal{C})$ au point $E(0; 1)$.
   **b)** Etudie les positions relatives de $(\mathcal{C})$ et de $(T)$.
4. **a)** Détermine les coordonnées des points d'intersection $A$ et $B$ de $(\mathcal{C})$ avec les axes $(OI)$ et $(OJ)$.
   **b)** Construis $(T)$, $(\mathcal{C})$ et ses asymptotes dans le repère $(O, I, J)$. On prendra $\alpha = 0{,}6$ et $f(\alpha) = 1{,}8$.

PARTIE C

Soit la fonction $h$ la restriction de $f$ à l'intervalle $[1; +\infty[$.

1. Démontre que $h$ réalise une bijection de $[1; +\infty[$ sur un intervalle $K$ à déterminer.
2. Soit $h^{-1}$ la bijection réciproque de $h$.
   Donne le tableau de variation de $h^{-1}$.
3. **a)** Après avoir redonné $h(1)$, calcule $h'(1)$.
   **b)** Justifie que $h^{-1}$ est dérivable en $\frac{3}{2}$, puis calcule $(h^{-1})'\left(\frac{3}{2}\right)$.
4. Construis $(\mathcal{C}_{h^{-1}})$ dans le même repère $(O, I, J)$.