

SÉRIE A1 DUREE 03 Heures

*Du papier millimétré est mis à la disposition des candidats
L'utilisation d'une calculatrice non programmable est autorisée.*

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies

EXERCICE 1

Partie A. Soit la suite (u_n) définie par la donnée de son premier terme $u_0 = 14000$ et par la relation : $u_{n+1} = 1,04 \times u_n + 200$.

- 1- Calculer u_1 et u_2
- 2- Pour tout entier naturel n , on pose : $v_n = u_n + 5000$
 - a- Calculer v_0
 - b- Exprimer v_{n+1} en fonction de v_n
 - c- En déduire que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.
 - d- Exprimer v_n en fonction de n .
 - e- En déduire que $u_n = 19000 \times (1,04)^n - 5000$.

Partie B. On suppose que u_n représente le salaire annuel d'une personne pour l'année $2002 + n$, n étant un entier naturel.

1. Calculer le salaire annuel, arrondi à l'euro, de la personne en 2010.
2. a- Résoudre dans IR l'inéquation d'inconnue x : $1,04^n \geq \frac{33}{19}$
b- A partir de quelle année le salaire annuel de cette personne aura-t-il doublé par rapport à celui de 2002 ?

EXERCICE 2

Partie A Un institut de surveillance sanitaire a publié pendant un an des bulletins hebdomadaires relatifs à l'épidémie du chikungunya sur l'île de La Réunion.

Le tableau ci-dessous indique le nombre n_i estimé de personnes nouvellement contaminées par semaine entre le 13 février et le 2 avril 2006.

Numéro de la semaine i	7	8	9	10	11	12	13
Nombre de personnes n_i nouvellement contaminées	23 850	16 650	11 620	8 100	5 660	3 950	2 750

1. Le tracé du nuage de points M_i de coordonnées $(x_i; n_i)$ montre qu'un ajustement affine n'est pas judicieux.

On choisit un changement de variable $y_i = \ln(n_i)$ pour obtenir un ajustement affine convenable.

Numéro de la semaine x_i	7	8	9	10	11	12	13
y_i						8,28	

a) Recopier en le complétant le tableau ci-dessus en donnant les résultats arrondis à 0,01 près.

b) Représenter le nuage de points N_i de coordonnées $(x_i; y_i)$. On prendra comme unités : 1 cm pour 1 semaine en abscisse et 4 cm pour 1 en ordonnée. L'origine du repère aura pour coordonnées $(0; 6)$.

2. On appelle G le point moyen du nuage obtenu.

a) Calculer les coordonnées de G . Placer ce point sur le graphique.

b) Déterminer une équation de la droite d'ajustement linéaire de y en x par la méthode des moindres carrés

3. En utilisant l'équation obtenue à la question 2. b) :

a) Déterminer le nombre de personnes nouvellement contaminées la semaine numéro 15.

b) Déterminer à partir de quelle semaine, le nombre n de personnes nouvellement contaminées sera inférieur ou égal à 1 000.

Partie B Au mois de mars 2006, l'île de la Réunion compte 780 000 habitants dont 30% sont contaminés par le chikungunya. Dans cette population les personnes de moins de 25 ans représentent 40% et parmi elles 12,5% sont contaminés. Les personnes âgées de 25 à 55 ans représentent également 40% mais elles sont trois fois plus contaminées.

1. Reproduire et compléter le tableau ci-dessous sans justifier les réponses :

Âge	moins de 25 ans	de 25 à 55 ans	plus de 55 ans	Total
Nombre de personnes non contaminées				
Nombre de personnes contaminées				
Total				780000

2. On choisit au hasard un habitant. On considère les événements suivants :

A : «La personne est contaminée».

B : «La personne a plus de 55 ans».

a) Calculer la probabilité de chacun des événements A et B.

b) Calculer la probabilité de l'événement $A \cup B$.

3. On choisit au hasard une personne de plus de 55 ans. Quelle est la probabilité qu'elle soit contaminée ?

Problème

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^{x-1} + e^x - 1$.

On note (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j})$ d'unité graphique 1 cm.

Partie A .

- 1- Calculer $f(0)$ et $f(1)$. On donnera les valeurs exactes
- 2- a- Calculer la limite de f en $-\infty$
b- Montrer que la droite (D) d'équation $y = x - 1$ est asymptote oblique à la courbe (C).
- 3- Calculer la limite de f en $+\infty$

Partie B .

- 1.a- On note f' la fonction dérivée de f . Calculer $f'(x)$ pour tout réel x .
b- Etudier le signe de $f'(x)$
c- Dresser le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$.
- 2.a- Montrer que sur l'intervalle $[0;1]$ l'équation $f(x) = 0$ admet une seule solution α .
b- Donner une valeur, arrondie au centième, de α .
c- Préciser le signe de $f(x)$ selon les valeurs du réel x .
- 3- Tracer la droite (D) et la courbe (C) dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$

Partie C

- 1- Déterminer une primitive F de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
- 2- Calculer $I = \int_0^1 f(x) dx$.
Donner la valeur exacte de I , puis une valeur décimale arrondie au centième.
- 3- Donner une interprétation graphique de cette intégrale